

UNIVERSIDADE FEDERAL FLUMINENSE

ESTUDO DA TRANSFORMADA RADON PARA A REMOÇÃO  
DAS REFLEXÕES MÚLTIPLAS DOS DADOS SÍSMICOS.

RAFAEL DA SILVA COSTA

NITERÓI

2016



## **UNIVERSIDADE FEDERAL FLUMINENSE**

**RAFAEL DA SILVA COSTA**

### **ESTUDO DA TRANSFORMADA RADON PARA A REMOÇÃO DAS REFLEXÕES MÚLTIPLAS DOS DADOS SÍSMICOS.**

Trabalho de conclusão curso apresentado ao programa de graduação em Geofísica, Universidade Federal Fluminense, parte inerente aos requisitos necessários à obtenção de título de bacharel.

Orientador: Marco Antonio Cetale Santos.

**NITERÓI**

**2016**

Resumo do Trabalho de Conclusão do curso de graduação em Geofísica. Universidade Federal Fluminense.

## ESTUDO DA TRANSFORMADA RADON PARA A REMOÇÃO DAS REFLEXÕES MÚLTIPLAS DOS DADOS SÍSMICOS.

RAFAEL DA SILVA COSTA

2016

Orientador: Marco Antônio Cetale Santos

As Reflexões Múltiplas são objeto de estudo de muitas pesquisas no âmbito do imageamento sísmico. Historicamente, diversas abordagens têm sido aplicadas ao tratamento dado a este tipo de reflexão. Em uma visão mais tradicional, as Reflexões Múltiplas são consideradas ruídos indesejáveis, sendo a sua eliminação uma das principais etapas dentro do processamento. Por outro lado, nos últimos anos pesquisadores têm alcançado melhorias significativas na qualidade do dado, fazendo uso das múltiplas como fonte de informação.

Independentemente do tratamento dado às múltiplas, esses eventos precisam ser identificados e no momento propício removido do dado sísmico. Para tal finalidade a Transformada Radon se apresenta como uma ferramenta muito útil. Esta técnica consiste em um método de remoção de múltiplas que explora a diferença de comportamento entre diferentes tipos de reflexões.

Neste trabalho é realizado um estudo sobre a técnica Transformada Radon, voltada para a eliminação de reflexões múltiplas do dado sísmico. Esta pesquisa propõe investigar as minúcias desta técnica, explorando toda sua fundamentação física e matemática. Além disso, dentro do contexto sísmico são examinadas as vantagens e desvantagens deste procedimento à frente de diferentes cenários geológicos. Por fim, com o propósito de verificar sua eficiência, a técnica é aplicada a dois dados sísmicos, sendo eles um sintético e outro real. Com isso, através dos resultados alcançados uma análise mais precisa da técnica pode ser realizada.

End-of-graduation-course paper abstract. Universidade Federal Fluminense.

STUDY OF RADON TRANSFORMS FOR REFLECTIONS MULTIPLE REMOVAL OF  
SEISMIC DATA.

RAFAEL DA SILVA COSTA

2016

Supervisor: Marco Antônio Cetale Santos

The multiple reflections are subject of several researches in the seismic imaging. Historically, various approaches have been applied to the treatment of this kind of reflection. Traditionally, multiple reflections are considered undesirable noises, and its elimination one of the major steps in processing. On the other hand, in recent years researchers have achieved significant improvements in the quality of data, making use of multiple as a source of information.

Regardless of the treatment of multiple, these events need to be identified and at the right time removed from the seismic data. For this purpose the Radon transform is an useful tool. This technique consists in a multiple removal method that exploits the different of behavior between the different types of reflections.

In this research it was conducted a study of the Radon transform technique, aimed at the elimination of multiple reflections of seismic data. This research proposes to investigate the details of this technique, exploring all its physical and mathematics grounding. Moreover, within the seismic context, the advantages and disadvantages of this procedure are examined regarding the different geological settings. Lastly, in order to verify its efficiency, the technique is applied to two seismic data, being a synthetic and other real. Thus, from the results achieved it is possible to analyze the technique in the accurate way.

# SUMÁRIO

INTRODUÇÃO .....	7
1.1 Objetivo .....	8
1.2 Estrutura do Trabalho .....	8
REFLEXÕES MÚLTIPLAS .....	10
2.1 Classificação .....	11
2.1.1 Interface .....	11
2.1.2 Ordem .....	13
2.1.3 Tempo de Trânsito .....	14
2.3 . MÚLTIPLAS: OBSTÁCULOS GERADOS .....	15
2.3.1. Impacto no Processamento .....	15
2.3.2. Impacto na Interpretação .....	16
2.4. MÚLTIPLAS: ABORDAGENS DISTINTAS .....	16
2.5. MÉTODOS DE REMOÇÃO DE REFLEXÕES MÚLTIPLAS .....	17
2.5.1 Métodos baseados na diferença de comportamento entre múltiplas e primárias .....	17
2.5.2 Métodos baseados na periodicidade e previsibilidade .....	18
TRANSFORMADA RADON .....	19
3.1 CONCEITOS FÍSICOS PRELIMINARES .....	19
3.2 TRANSFORMADA RADON LINEAR .....	21
3.2.1 Domínio Radon: Eixo do tempo ( $\tau$ ) .....	22
3.2.2 Soma das Amplitudes no eixo do Afastamento .....	22
3.2.3 Interpretação Geométrica .....	22
3.2.4 Propriedades da Transformada Radon Linear: .....	24
3.3 TRANSFORMADA RADON PARABÓLICA .....	25
3.3.1 Parâmetro de Curvatura $q$ .....	26
3.3 Transformada Radon Hiperbólica. ....	27
3.4 Dificuldade encontrada na Aplicação da Transformada Radon .....	28
3.4.1 Apresentação no Domínio Radon .....	28
3.4.2 Transformada Inversa .....	30
3.5 Soluções para a Transformada Radon .....	31
3.5.1 Solução por Mínimos Quadrados .....	31
3.5.2 Solução na Frequência. ....	32

METODOLOGIA.....	35
4.1. Escolha do dado.....	36
4.2. Correção NMO.....	36
4.3. Aplicação da Transformada Radon Parabólica.....	37
4.4. Análise do Resultado obtido.....	37
RESULTADOS.....	38
5.1. Dado Sintético .....	38
5.2. Dado Real.....	44
CONCLUSÕES .....	48
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	49

# CAPÍTULO 1

## INTRODUÇÃO

A geofísica é uma ciência bastante abrangente, que busca investigar o planeta Terra no que se refere a sua dinâmica, composição e características estruturais. Com o propósito de realizar tal investigação, diversas técnicas fundamentadas em preceitos da física são utilizadas. Fatores como propriedade física a ser medida, região de interesse e custo da técnica condicionam a utilização de um método de investigação específico. Em algumas oportunidades, técnicas diferentes são combinadas a fim de obter informações mais acuradas sobre a área explorada. Dentre os procedimentos utilizados pela geofísica podem ser citados os métodos: sísmico, gravitacional, magnético e elétrico.

A sísmica de reflexão é um método de investigação geofísico amplamente utilizado. Além disso, ocupa um lugar de destaque devido a sua eficiência no que se refere à exploração de hidrocarbonetos. Este procedimento é uma técnica composta de fonte artificial, de energia controlada, que gera ondas de corpo, semelhantes às produzidas por deslocamento de placas tectônicas. Esta energia quando liberada pela fonte propaga-se em varias direções, inclusive para subsuperfície, onde sofrerá diversos fenômenos. Este método consiste, basicamente, em registrar o tempo transcorrido entre o instante que a fonte libera a energia e o instante que a mesma é detectada pelos receptores. Com base nestes dados, após ser realizado o devido processamento destas informações, pode-se estimar características da área investigada como litologia, profundidade de camadas, estruturas, presença de substância de valor econômico.

A reflexão múltipla é um evento muito comum em um registro sísmico e faz parte do conjunto de acontecimentos que a onda sísmica esta sujeita durante a sua propagação. Como será visto posteriormente, na maioria dos casos as múltiplas são consideradas um problema dentro da sísmica de reflexão. Isso se deve a evidencias de que a presença das múltiplas pode prejudicar a qualidade do dado, fazendo com que interpretações equivocadas sejam realizadas. Além disso, pesquisas mostram que este tipo de evento pode prejudicar a eficiência de outras técnicas.

Sendo assim, a eliminação das múltiplas do dado é uma etapa importante dentro do processamento e objeto de estudo de muitos trabalhos. Existem várias técnicas de remoção e atenuação das reflexões múltiplas. Apesar desta variedade, dentro da literatura os métodos de remoção das múltiplas são divididos em dois grupos, sendo eles os baseados na diferenciação de comportamento entre múltiplas e primárias; e os que exploram a previsibilidade e periodicidade das múltiplas.

Os métodos que exploram a diferença de comportamento entre múltiplas e primárias são em diversas oportunidades referidos como técnicas de filtragem. Essa nomenclatura deve-se à necessidade de aplicação de um filtro de energia em um determinado estágio destes procedimentos. Dentre esses métodos podem ser destacados a Transformada F-k, Transformada Radon Linear, Hiperbólica e Parabólica.

Os métodos de previsibilidade buscam explorar uma característica inerente às múltiplas, a periodicidade. Basicamente, esses métodos consistem em duas etapas: a previsão das múltiplas e a remoção das mesmas do dado original. Dentro desse grupo, pode-se destacar Deconvolução Preditiva, Extrapolação do Campo de Onda e o método de Eliminação das Reflexões Múltiplas Relacionadas à Superfície, SRME (Surface-Related Multiple Elimination).

## **1.1 Objetivo**

O objetivo deste trabalho é realizar um estudo sobre um assunto bastante comum no contexto sísmico, a reflexão múltipla. Para isso, foi feita uma revisão teórica sobre assunto, em que foi possível explorar temas como definição, classificações, propriedades e métodos de atenuação. Além disso, tem-se como propósito executar uma pesquisa sobre uma técnica de remoção das reflexões múltiplas e, para isso, foi escolhido a Transformada Radon. Este estudo propõe uma averiguação das vantagens e desvantagens desta técnica, assim como uma análise dos desafios encontrados em sua aplicação.

## **1.2 Estrutura do Trabalho**



Este trabalho foi desenvolvido em um total de seis capítulos, incluindo esta parte introdutória que constitui o capítulo 1.

No capítulo 2 são apresentados os conceitos das reflexões múltiplas. Nesta seção são abordados tópicos como sua definição, classificação e características, que serão importantes para o entendimento e desenvolvimento deste trabalho.

No capítulo 3 é dada ênfase na Transformada Radon. Sendo assim, o propósito é abordar detalhadamente esta técnica, passando por pontos relevantes como a fundamentação matemática, suas variações e aplicações.

No capítulo 4 é apresentada a metodologia aplicada ao longo deste trabalho. Nesta seção é mostrado um fluxograma, que sintetiza a sequência das etapas realizadas. Além disso, é realizado um detalhamento dos estágios que compõem o segmento prático deste trabalho.

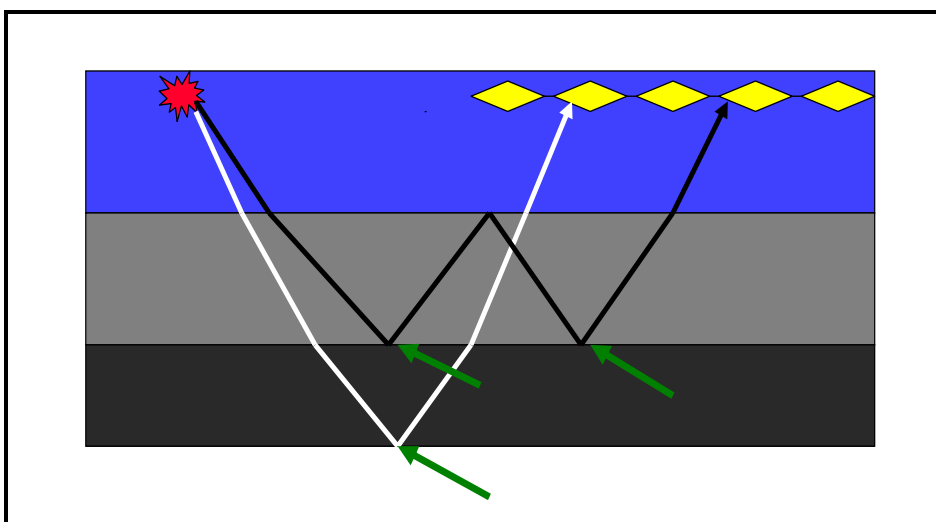
No capítulo 5 são exibidos os resultados obtidos na aplicação dos algoritmos.

Por fim, no capítulo 6 é apresentada a conclusão alcançada após a análise dos resultados adquiridos na seção anterior.

## Capítulo 2

### REFLEXÕES MÚLTIPLAS

São conhecidas na literatura diversas definições para as reflexões múltiplas. Nota-se que tais definições diferem umas das outras em razão dos distintos enfoques adotados por seus autores. Neste trabalho será apresentada e utilizada a definição proposta por WEGLEIN e DRAGOSSET (2005). Acredita-se que esta abordagem é didaticamente bem estruturada e está de acordo com os interesses deste trabalho. Os autores definiram a reflexão múltipla levando em conta a trajetória do raio de propagação da energia. Sendo assim, as múltiplas são consideradas eventos que possuem duas ou mais reflexões ascendentes ao longo de seu percurso. Com base nessa abordagem, as reflexões primárias são os eventos que possuem apenas uma reflexão ascendente. A figura 2.1 mostra uma ilustração que exemplifica esta definição apresentada pelos autores acima mencionados. Os símbolos em vermelho e em amarelo representam a fonte e o conjunto de receptores, respectivamente. Nesta ilustração o trajeto em preto, representa uma reflexão múltipla, pois possui mais de uma reflexão ascendente (seta verde). Por outro lado, o trajeto em branco representa uma reflexão primária.



**Figura 2.1:** Reflexão Múltipla representada pelo trajeto em negrito e as reflexões primárias pelo trajeto em branco. As setas em verde indicam os pontos de reflexões ascendentes.

## 2.1 Classificação

Tendo em vista a definição apresentada para as reflexões múltiplas, percebe-se que a variedade deste tipo de evento é grande. Por esta razão, faz-se necessária uma classificação dessas reflexões para que assim, seja possível a distinção entre suas classes. Existem diversas maneiras de classificar as reflexões múltiplas. Com isso, nomenclaturas distintas geralmente são utilizadas. A classificação das múltiplas depende do parâmetro que esta sendo considerado para tal finalidade. Os critérios usualmente adotados para classificar as múltiplas são: interface, ordem e tempo de trânsito.

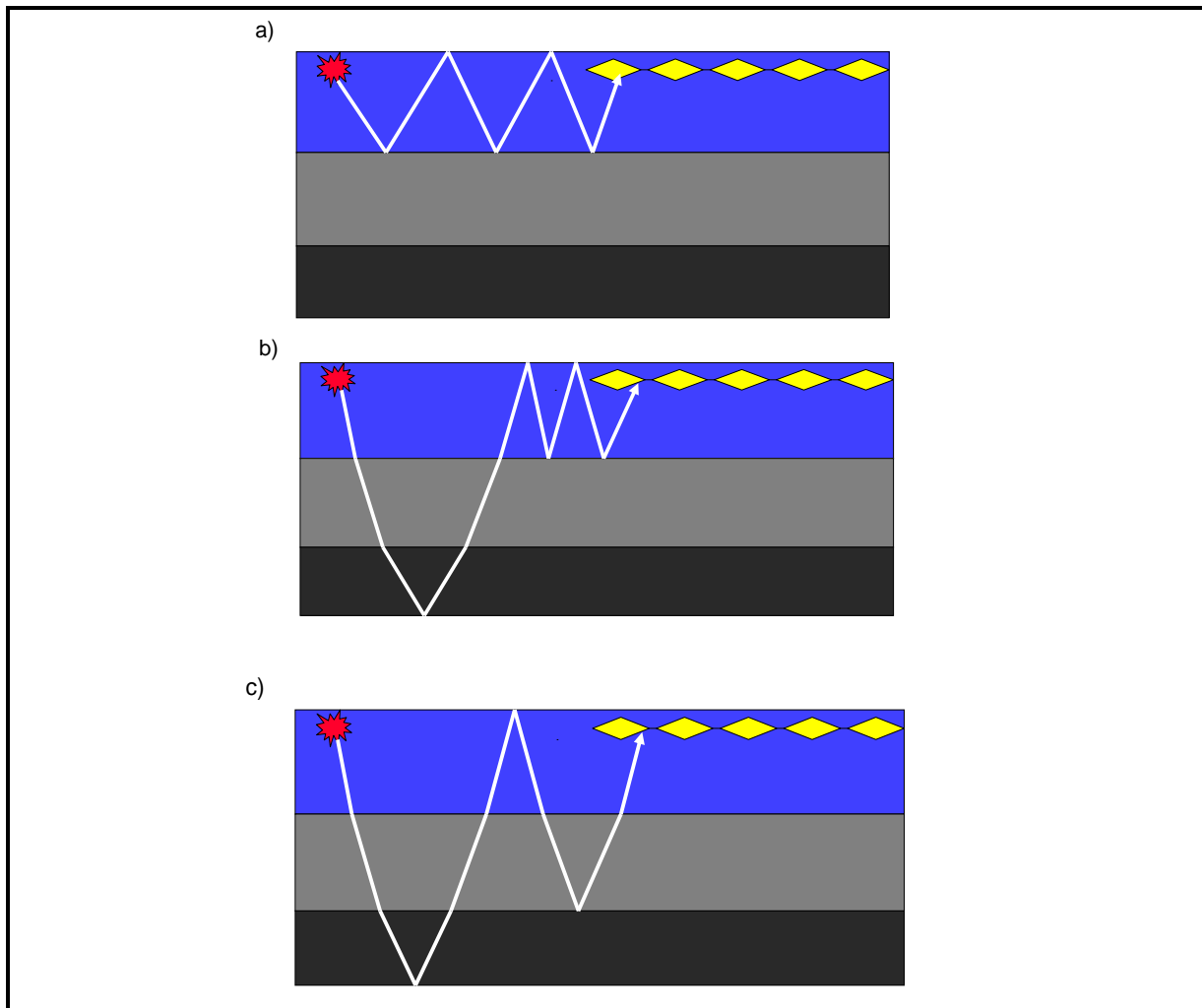
### 2.1.1 Interface

Quando o parâmetro analisado é a interface, é averiguado em qual camada, mais próxima à superfície, a energia possui uma reflexão descendente. Neste caso, esses eventos são classificados em múltiplas relacionadas à superfície e múltiplas internas.

As relacionadas à superfície são eventos que possuem ao menos uma reflexão descendente na superfície, ou seja, na interface água/ar, em caso de levantamento marinho. Esse tipo de múltipla, ainda pode ser subdividido em 3 classes: múltipla de 1º camada, Peg-leg e Outras múltiplas, (figura 2.2).

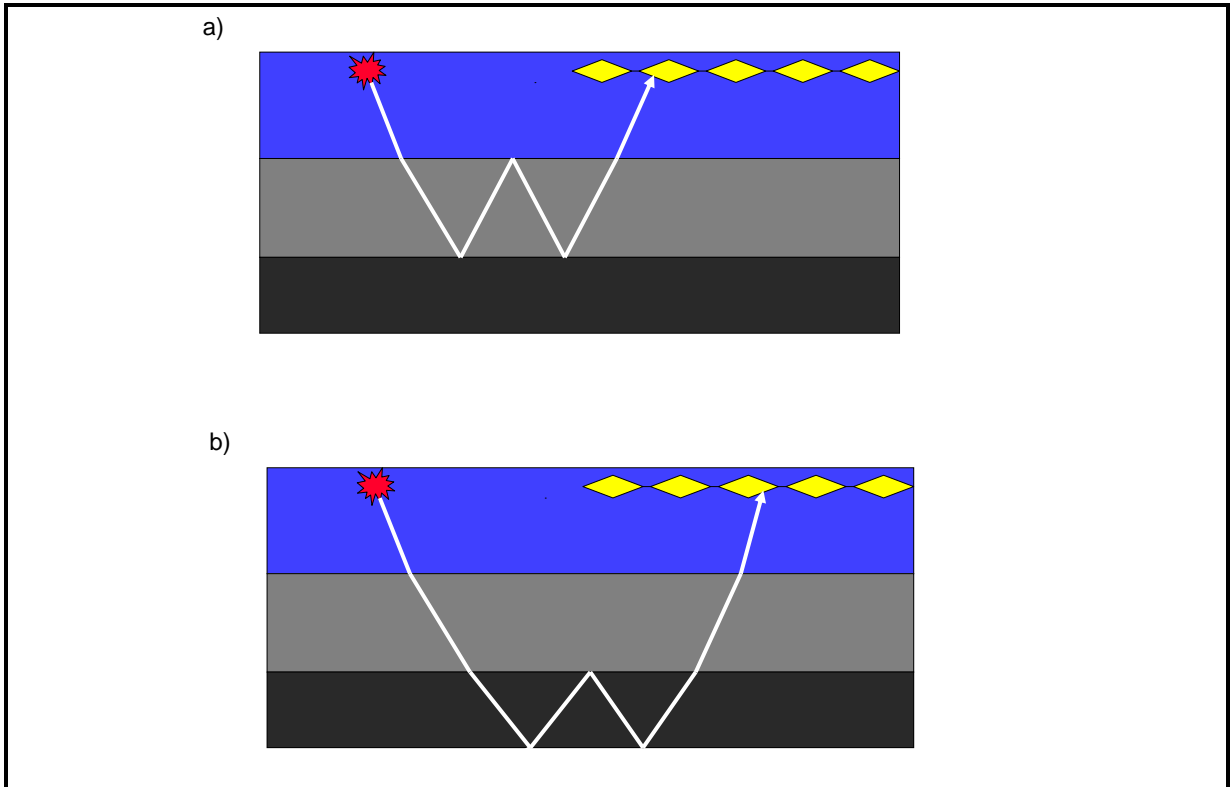
- Múltipla de 1º camada: Dentre as múltiplas relacionadas à superfície, este tipo de evento difere das outros por não possuir reflexões abaixo do fundo oceânico, figura 2.2a. Deste modo, grande parte da energia propagada fica restrita à lamina d'água. Por esta razão, alguns autores às chamam de reflexões de fundo oceânico.
- Peg-leg: São múltiplas que possuem uma reflexão abaixo do fundo oceânico e, uma ou mais reflexões na superfície d'água, figura 2.2b.
- Outras Múltiplas: As configurações possíveis para este tipo de evento são diversas. Por esta razão, este tipo de múltiplas não possuem um nome específico. Mas de certa forma, pode-se entender essas reflexões como diferentes das duas anteriores. Sendo assim, são

indicadas com essa terminologia múltiplas que possuem duas ou mais reflexões abaixo do fundo oceânico, figura 2.2c.



**Figura 2.2:** Múltiplas de Superfície a) Múltipla de 1º camada. b) Peg-leg c) Outros tipos de múltiplas

Por sua vez, as múltiplas internas diferem substancialmente das anteriores. Esses tipos de eventos possuem todas as suas reflexões descendentes abaixo do fundo oceânico, ou seja, não possuem reflexões na lamina d'água. Com o propósito de evitar ambiguidades, para a classificação deste tipo de múltiplas é analisado em qual camada, mais próxima à superfície, a energia possui uma reflexão descendente. Com isso, a nomenclatura utilizada é múltipla de 2º camada (figura 2.3a), múltipla de 3º camada (figura 2.3b) e etc.

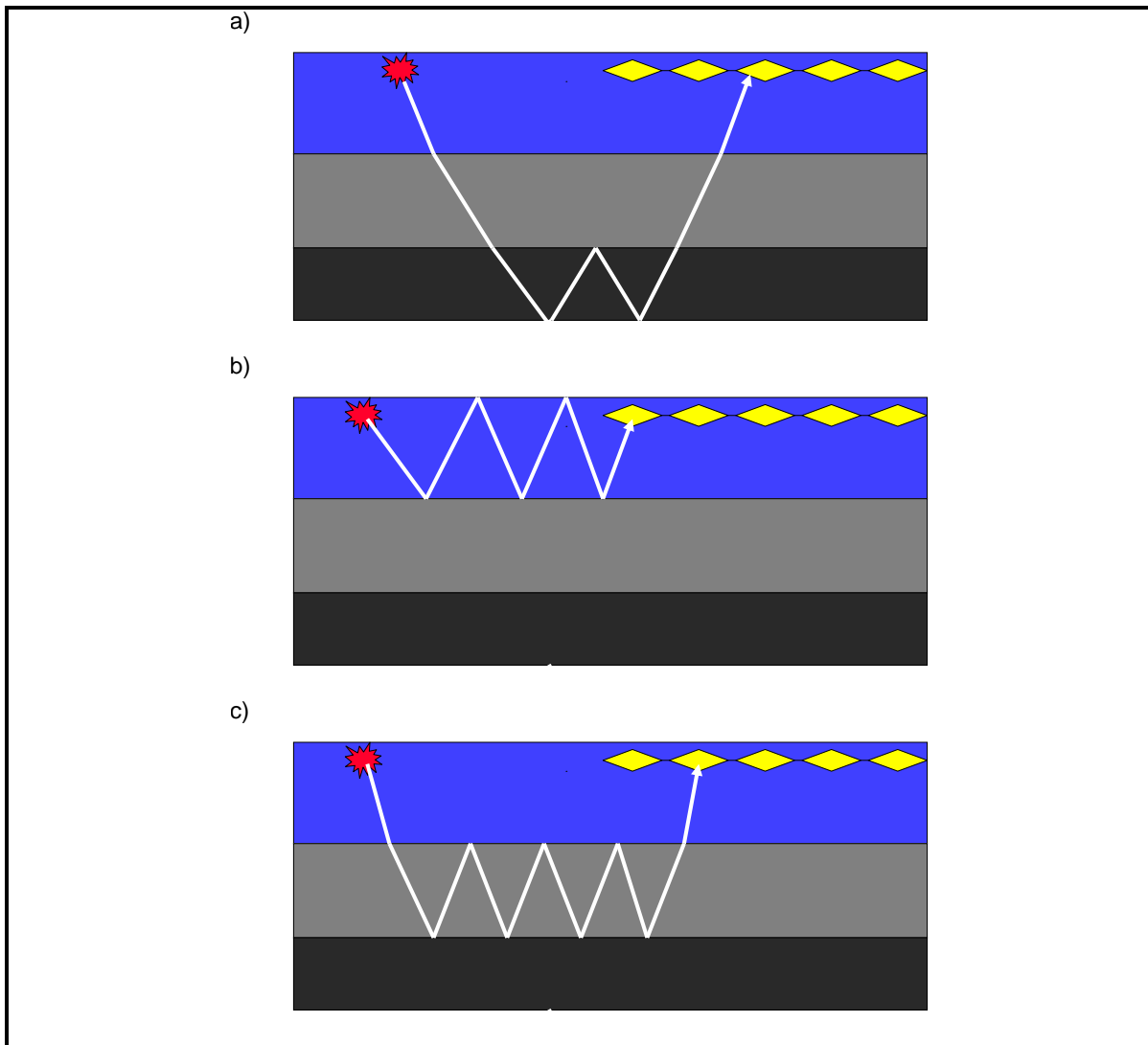


**Figura 2.3:** Representações de múltiplas internas. a) Reflexão múltipla de 2º camada. b) Reflexão múltipla de 3º camada.

### 2.1.2 Ordem

A classificação das múltiplas quanto a sua ordem é bastante utilizada por alguns métodos de atenuação. Nesta abordagem é analisado quantas reflexões descendentes a energia possui em uma determinada camada. Visando uma padronização nesse critério, adota-se para análise aquela camada que se encontra mais próxima à superfície e, evidentemente, possui a reflexão descendente. Dentro deste contexto, as reflexões são classificadas em múltipla de 1º ordem, múltipla de 2º ordem e, assim sucessivamente, figura 2.4. A figura 2.4c, por exemplo, ilustra uma reflexão múltipla de 3º ordem. Nota-se que este evento possui três reflexões descendentes no topo da segunda camada.

Em diversos momentos neste trabalho e na literatura, a nomenclatura atribuída às múltiplas pode usar mais de um critério de classificação, a fim de propiciar maiores detalhes sobre a reflexão. A múltipla da figura 2.4b pode ser referida como múltipla de superfície de 2º ordem.



**Figura 2.4:** a) Representa uma reflexão múltipla de 1º ordem. b) Múltipla de 2º ordem, pois possui duas reflexões na superfície. c) Múltipla de 3º ordem, com a segunda camada de referência para a classificação.

### 2.1.3 Tempo de Trânsito

Neste último método de classificação, as múltiplas são nomeadas levando em consideração o tempo utilizado em sua propagação. As terminologias utilizadas são múltiplas de longo período e múltipla de curto período.

Sabe-se que a distinção entre esses dois tipos de múltiplas é dificultada pela semelhança existente entre esses eventos. Por esta razão, será apresentada aqui a definição proposta por VERCHUUR (2006). O autor utilizou uma regra que compara o tempo de trânsito de cada múltipla com o período da fonte empregada e, desta forma, diferencia essas reflexões.

- Múltipla de longo período: múltipla que apresenta período maior que o da fonte utilizada no levantamento. Uma característica marcante desse evento é a possível separação da reflexão primária que a gerou. É perceptível uma distinção entre os tempos de chegadas da primária e da sua respectiva múltipla no dado. Assim, essas reflexões são consideradas eventos separáveis.

- Múltipla de curto período: múltipla que apresenta período menor que o da fonte. Esse evento é registrado com tempo de trânsito muito próximo do tempo de sua primária. Por esta razão, ocorre uma extensão na duração do pulso e torna difícil a separação de múltiplas e primárias. Segundo WEGLEIN E YINHSU (2011), sequências alternadas de rochas sedimentares e camadas de basaltos podem ser fontes de origem de múltiplas de curto período.

## **2.3 . MÚLTIPLAS: OBSTÁCULOS GERADOS.**

A remoção das reflexões múltiplas do dado sísmico é uma etapa importante dentro do tratamento do dado. Este procedimento tem recebido uma significativa atenção durante o processamento, devido aos problemas que podem ser causados pela presença das múltiplas. Sabe-se que a existência de reflexões múltiplas no dado pode acarretar transtornos em dois pilares da sísmica de reflexão, sendo eles, o próprio processamento e a interpretação.

### **2.3.1. Impacto no Processamento**

A presença das múltiplas no dado sísmico proporciona diversos problemas ao processamento. Tais problemas podem afetar diretamente algumas etapas do tratamento do dado como: análise de velocidade, migração e inversão. Segundo ANDRADE (1993), o fato de múltiplas possuírem o mesmo tempo de trânsito de outras primárias, causa uma deformação ou defasagem no sinal das primárias. Além disso, as múltiplas podem contaminar o cálculo do AVO (Ângulo versos offset) procedimento de identificação de hidrocarbonetos, FERREIRA (2009).

### 2.3.2. Impacto na Interpretação

No campo da interpretação sísmica, os problemas atrelados às reflexões múltiplas estão no fato de esses eventos atrapalham a visualização das reflexões primárias. Deste modo, a presença das múltiplas pode provocar um efeito obscurecedor para a análise do interprete. Além disso, as múltiplas podem apresentar características que as tornem muito parecidas com as primárias. E, por esta razão, uma interpretação equivocada que confunda esses dois eventos, pode alterar de forma significativa o estudo e análise da área investigada.

### 2.4. MÚTIPLAS: ABORDAGENS DISTINTAS

As múltiplas são comumente tratadas como um empecilho no processamento sísmico. E, por esta razão, a atenuação desse tipo de reflexão é uma etapa importante dentro do tratamento do dado. Contudo, uma estratégia diferente pode ser adotada na maneira de como lidar com as múltiplas. Dentro deste contexto, são utilizados diferentes tipos de procedimentos que tornam viável a utilização dessas reflexões como sinal. É possível encontrar na literatura diversos trabalhos que demonstram que as múltiplas possuem informações que não são encontradas nas demais reflexões. Com isso, algumas técnicas utilizam as múltiplas para proporcionar melhorias á qualidade do dado.

Como exemplo de aplicação das reflexões múltiplas como dado útil, pode-se citar a utilização dessa energia no processo de migração. REITER (1991) utilizou uma equação baseada na Migração Kirchoff, para imagear ambas as reflexões, primárias e múltiplas. Segundo o autor, a utilização de múltiplas de 1° ordem relacionadas à superfície acarretou em uma melhoria na imagem da seção migrada. Pode-se notar uma melhora na imagem de sedimentos depositados abaixo do fundo oceânico, uma extensão na cobertura lateral e um aumento na relação sinal/ruído.

BERKHOUT e VERSCHUUR (2003) apresentaram uma técnica cujo propósito era a extração de informações das reflexões múltiplas. A transformação focal, como foi nomeada pelos autores, possibilita que informações sobre as primárias sejam obtidas a partir das múltiplas. De acordo com os autores, esta técnica fornece uma forma de transformar eventos múltiplos em primários. Além disso, este procedimento pode ser ainda uma ferramenta utilizada para a remoção das múltiplas.



Outra abordagem bastante interessante no que se refere a utilização das reflexões múltiplas, foi apresentado por GROENESTIJN e VERSCHUUR (2009). Os autores desenvolveram uma técnica cuja finalidade é obter informações sobre as reflexões primárias. Estimation of primaries by sparse inversion (EPSI) é baseado na inversão completa da forma da onda e tem seus procedimentos muito semelhantes aos da técnica SRME. Assim como o SRME, o EPSI não requer informações prévias sobre subsuperfície. Porém, ao contrário da primeira, esta última estima as primárias ao invés de subtraí-las do dado. Além disso, segundo os autores o EPSI é muito eficiente na reconstrução de reflexões perdidas em “offsets” curtos. Para isso, a técnica utiliza-se das reflexões múltiplas para tal reconstrução.

## **2.5. MÉTODOS DE REMOÇÃO DE REFLEXÕES MÚLTIPLAS.**

A remoção das reflexões múltiplas tornou-se uma etapa fundamental dentro do processo de tratamento do dado sísmico. Fatores como complexidade geológica e a busca por dados cada vez mais fidedigno impulsionam as pesquisas sobre este tema. Atualmente, são conhecidas várias técnicas voltadas para a minimização dos efeitos proporcionados pelas múltiplas. Os métodos de atenuação de reflexões múltiplas podem ser divididos em dois grandes grupos, que são eles: Métodos baseados na diferença de comportamento entre múltiplas e primárias e Métodos baseados na periodicidade e previsibilidade

### **2.5.1 Métodos baseados na diferença de comportamento entre múltiplas e primárias**

Os métodos enquadrados nesta primeira categoria procuram explorar características que diferenciem múltiplas das primárias dentro do registro sísmico. Para isso, utilizam-se da premissa de que as múltiplas tenham percorrido trajetos não realizados pelas primárias. E, por esta razão, as reflexões múltiplas fizeram uso de velocidades e estruturas refletivas diferentes. Estes métodos podem ser aplicados antes do empilhamento (pré-stack), que neste caso buscam a diferença no sobretempo (moveout) das reflexões ou pós-empilhamento (post-stack), desta vez discriminando as reflexões pelo mergulho local.

Uma característica marcante destes métodos é a utilização de uma transformada. O propósito da transformada é apresentar o dado em um domínio que ressalte a diferença entre múltiplas e primárias. A utilização de uma determinada transformada esta condicionada à dois fatores. Primeiramente, é desejado que esta operação separe a energia de

primárias e múltiplas em áreas mais disjuntas possíveis. Além disso, é necessário que a transformada seja inversível, para que posteriormente possa retornar o dado para o seu domínio original.

Estes métodos de remoção de reflexões múltiplas são diversas vezes mencionados como técnicas de filtragem. Isso se deve ao fato de após a separação das energias feita pela transformada, é aplicado um filtro com a finalidade de silenciar parte da energia. Geralmente, elimina-se a energia da múltipla e retorna o dado para o domínio original. Contudo, afim de evitar o surgimento de artefatos durante esta operação, pode-se utilizar uma estratégia diferente. Neste caso, elimina-se a energia da primária, deixando apenas as múltiplas e, posteriormente, realiza-se uma subtração entre este dado obtido e o original. As técnicas mais conhecidas são: Transformada  $f-k$ , Transformada Radon Linear, Parabólica e Hiperbólica.

### **2.5.2 Métodos baseados na periodicidade e previsibilidade**

O segundo grupo de classificação engloba os métodos que utilizam a premissa de que as múltiplas apresentam um padrão de repetição periódico. Estes métodos exploram uma relação existente entre as reflexões. De acordo com VERSCHURR (2006), a equação da onda é utilizada para relacionar múltiplas com as primárias.

A implementação destes métodos podem ser subdivididos em duas etapas. O ponto de partida consiste na predição das reflexões múltiplas. Na segunda etapa, as reflexões previstas são subtraídas do dado original. A eficácia desses métodos está diretamente ligada ao êxito de cada uma de suas etapas. Dentre essas técnicas podem ser destacadas a SRME e a Deconvolução Preditiva.

Acredita-se que fatores como: objetivo do processamento, a complexidade do dado e o custo de cada método condicionam a escolha por um método específico. Deste modo, não existe um método melhor, mas sim um mais adequado para uma determinada situação.

## **CAPÍTULO 3**

### **TRANSFORMADA RADON**

A Transformada Radon foi desenvolvida pelo matemático austríaco Johan Radon em 1917. O termo cunhado em homenagem ao seu criador trata-se de uma terminologia genérica, uma vez que existem vários tipos de transformadas Radon. No que se refere à sismologia, essa técnica matemática tem sido amplamente utilizada no processamento de dados e na análise de imagens. As nomenclaturas associadas são transformadas Radon linear, parabólica e hiperbólica.

Inúmeras vezes utilizada na atenuação de reflexões múltiplas, a transformada Radon pode ser empregada sozinha ou vinculada à outra técnica de atenuação. Apesar de ser classificada como um procedimento que explora a diferença de comportamento entre múltiplas e primárias, a Radon pode também ser usada com técnicas que exploram a periodicidade dos eventos múltiplos.

#### **3.1 CONCEITOS FÍSICOS PRELIMINARES**

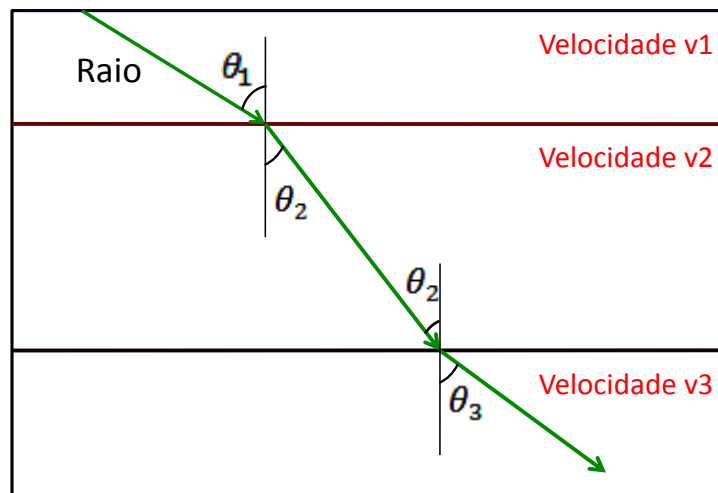
A Transformada Radon Linear é uma maneira de decompor o campo de onda em seus componentes de ondas planas. Como será visto posteriormente, a realização desta técnica é composta por duas etapas, sendo elas: a correção moveout e a soma das amplitudes para diferentes offsets. Porém, antes de abordar os estágios que compõem a transformada, é importante mencionar alguns conceitos físicos que servirão de suporte para a construção da teoria desejada.

Primeiramente, considere um esquema como mostrado na figura 3.1. A propagação de um determinado tipo de energia esta representado pela trajetória de seu raio. Ao se deparar com uma interface que delimita meios com índice de refração diferentes, o raio

incidente sofre um desvio em sua trajetória. A Lei de Snell pode ser resumida como uma expressão que relaciona tal desvio, com alguns parâmetros dos meios de propagação. Uma configuração desta relação é apresentada a seguir:

$$\frac{\text{sen } \theta_1}{v_1} = \frac{\text{sen } \theta_2}{v_2} = \frac{\text{sen } \theta_3}{v_3} = \dots = \frac{\text{sen } \theta_n}{v_n} \quad (3.1)$$

A equação 3.1 associa os ângulos formados pelos raios incidentes e refratados com a normal, e as velocidades de propagação de cada meio. É importante ressaltar uma propriedade garantida pela Lei de Snell. Nota-se que, para a trajetória de um determinado raio, a razão  $\frac{\text{sen } \theta_n}{v_n}$  é constante. Essa constante é chamada de *parâmetro do raio p*.



**Figura 3.1:** A propagação de um raio por várias interfaces. A lei de Snell relaciona os ângulos com a velocidade dos meios.

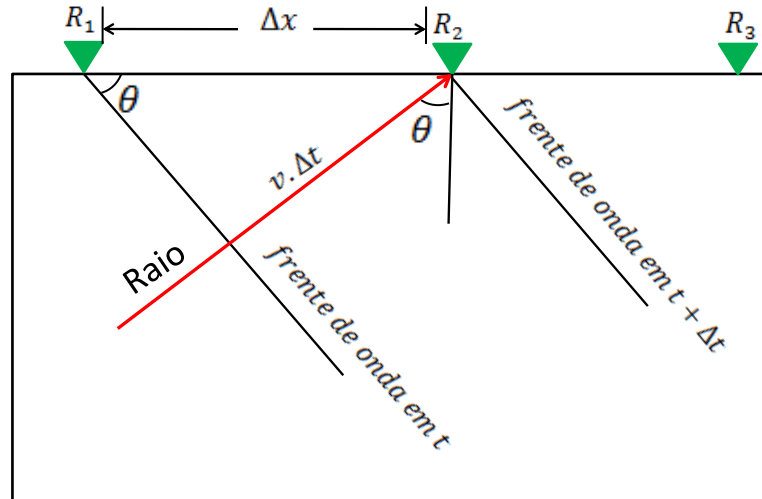
Considere agora uma frente de onda plana que viaja formando um ângulo  $\theta$  com a horizontal, conforme a figura 3.2. Seja  $\Delta t$  o intervalo de tempo gasto para a onda atingir dois receptores, separados por um afastamento  $\Delta x$ . Utilizando uma relação trigonométrica na geometria apresentada tem-se:

$$\text{sen } \theta = \frac{v \cdot \Delta t}{\Delta x} \quad (3.2)$$

então 
$$\Delta t = \frac{\text{sen } \theta \cdot \Delta x}{v}, \quad (3.3)$$

logo 
$$\Delta t = p \cdot \Delta x \quad (3.4)$$

Desta forma, a equação 3.4 mostra que o intervalo de tempo  $\Delta t$  depende do parâmetro do raio  $p$  e de seu afastamento  $\Delta x$ .



**Figura 3.2:** Esquematização de ondas planas propagando sob um ângulo  $\theta$ .

### 3.2 TRANSFORMADA RADON LINEAR

Assim como todos os tipos de transformada, a Radon busca ressaltar alguma propriedade inerente ao dado, muitas vezes não visível em seu domínio original. No caso da Transformada Radon Linear, o dado original  $D(t, x)$ , no domínio tempo  $t$  e offset  $x$ , é conduzido para o domínio tau-pi ( $\tau, p$ ) através das seguintes relações:

$$R(\tau, p) = \int_{-\infty}^{+\infty} D(t = \tau + px, x) dx \quad (3.5)$$

Ou no discreto,

$$R(\tau, p) = \sum_x D(t = \tau + px, x) \quad (3.6)$$

Onde  $R(\tau, p)$  representa a onda plana em Radon,  $\tau$  é o eixo do tempo corrigido e  $p = \sin \theta / v$  é o parâmetro do raio. As equações 3.5 e 3.6 representam a transformação no âmbito contínuo e discreto, respectivamente.

As equações apresentadas acima sintetizam os procedimentos que compõem a Transformada Radon. Com isso, torna-se fundamental uma análise das variáveis nelas envolvidas.

### 3.2.1 Domínio Radon: Eixo do tempo ( $\tau$ )

A mudança do eixo do tempo  $t$  para  $\tau$  pode ser considerada como um primeiro passo na aplicação da técnica Radon Linear. Esta alteração tem todo um fundamento geofísico que rege este procedimento, como será discutido a seguir.

A expressão que relaciona as duas variáveis é:

$$t = \tau + px \quad (3.7)$$

assim,  $\tau = t - px \quad (3.8)$

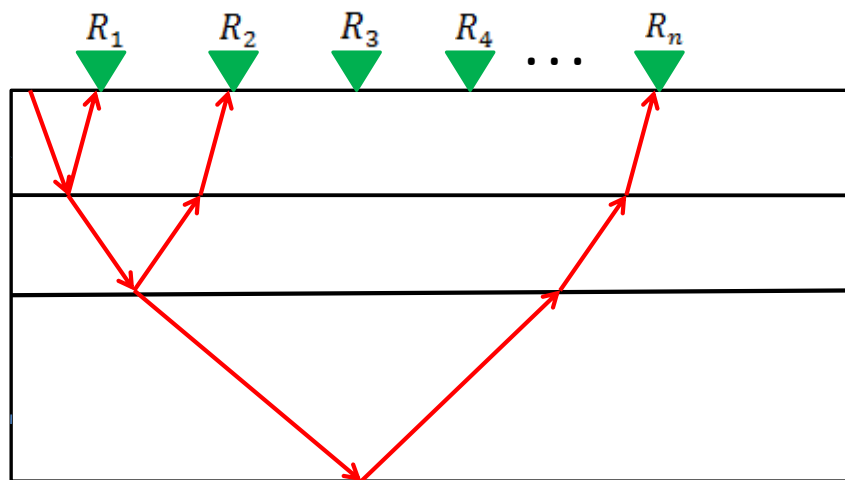
Como mostrado na seção 3.1, o tempo de atraso  $\Delta t$ , para uma onda plana percorrer a distância entre dois receptores é  $p \cdot \Delta x$ . A equação 3.8 mostra que o eixo do tempo no domínio Radon  $\tau$  sofre uma correção de valor  $px$  em relação ao tempo original  $t$ . Ou seja, é retirado o sobretempo de atraso entre os receptores das posições zero offset e  $x$ . Deste modo, é feito uma *Correção Linear Moveout* no dado, ajustando para cada  $p$ , à posição zero offset.

### 3.2.2 Soma das Amplitudes no eixo do Afastamento

Após a correção do tempo, é realizado um somatório no eixo do afastamento, para um valor  $p$  específico. Este somatório faz parte da reconstrução das ondas planas no domínio Radon. De acordo com a Lei de Snell, para um raio de propagação com valor de parâmetro  $p$ , diversas trajetórias são possíveis, figura 3.3. Sendo assim, percebe-se que neste caso o sinal será gravado em diferentes receptores. Além disso, um mesmo receptor gravará sinal de diferentes valores de  $p$ . Desta maneira, o somatório é empregado para incorporar a parcela de amplitudes do sinal, registrado em cada receptor.

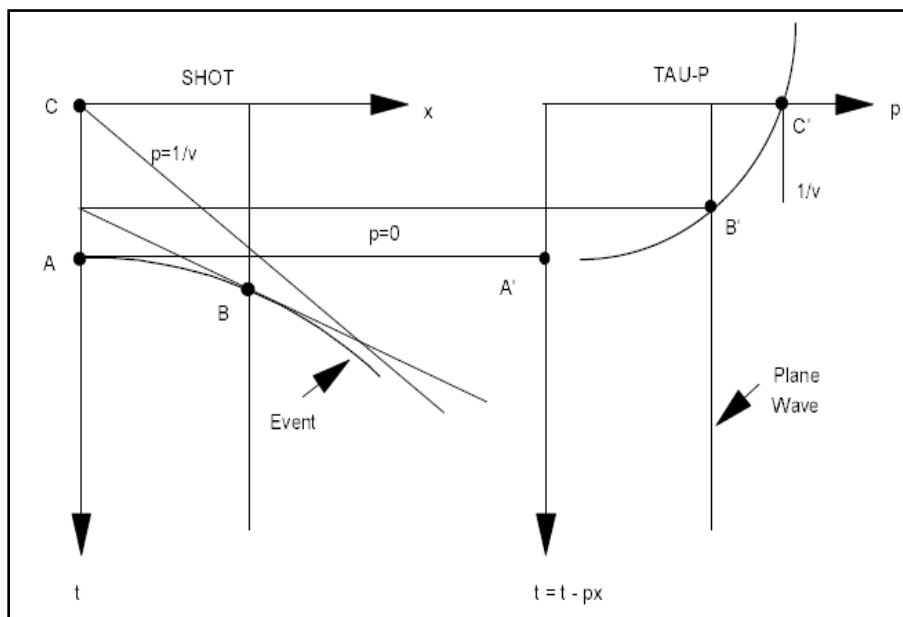
### 3.2.3 Interpretação Geométrica

Nas seções anteriores, a transformada Radon foi analisada no contexto algébrico de suas etapas. Neste momento, será citada uma representação geométrica que fornece importantes informações para o entendimento da técnica. A decomposição em ondas planas, como proposto pelas equações da transformada, ocorre pelo mapeamento do dado através de retas tangentes. Tais retas possuem equações da forma  $px + \tau$ , que é a fórmula utilizada para a Correção Linear moveout. Nota-se que o parâmetro do raio  $p$ , funciona como o coeficiente angular da reta (controlando a inclinação) e  $\tau$  é o coeficiente linear (intersecção com o eixo do tempo).



**Figura 3.3:** Representação das possíveis trajetórias de um raio. Fato que explica o somatório aplicado na reconstrução das ondas planas.

A figura 3.4 sintetiza essa transição do domínio offset para o domínio Radon sob a visão geométrica. Para cada valor de  $p$  escolhido, forma-se uma reta que servirá como trajetória para soma das amplitudes do dado. Por exemplo, adotando-se  $p = 0$ , obtém uma reta paralela ao eixo  $x$ . Observa-se que esta reta será tangente ao dado nas proximidades do ponto A. Deste modo, o ponto A será mapeado no domínio Radon na posição do ponto A', com  $p = 0$  e  $\tau$  sendo a intersecção da reta tangente com o eixo do tempo. Tomando  $p \neq 0$ , tem-se uma reta inclinada, como a que passa pelo ponto B. Neste caso, a reta será tangente ao dado na vizinhança deste ponto e o mapeará no ponto B', cujas coordenadas são  $p$  e a intersecção da reta inclinada com o eixo do tempo. Repetindo esse procedimento para uma margem de valores de  $p$ , é alcançada a transformação do dado. O maior valor adotado para o parâmetro do raio é  $p = 1/v$ , sendo  $v$  a velocidade do modelo, pois tal reta é assíntota da hipérbole. No domínio Radon, cada reta perpendicular ao eixo  $p$  representa uma onda plana com o referido valor de parâmetro do raio.



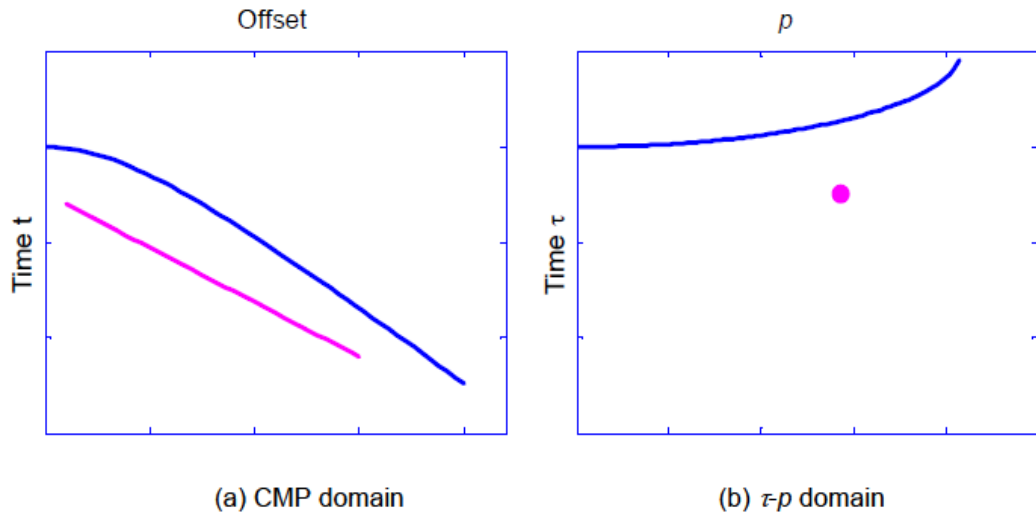
**Figura 3.4:** Representação geométrica da Transformada Radon. O dado no domínio tempo/offset é mapeado através de retas tangentes. [YILMAZ 1987].

### 3.2.4 Propriedades da Transformada Radon Linear:

Uma característica marcante da transformada Radon Linear diz respeito à forma apresentada pelo dado. Trietel *et al* (1982) mostrou que eventos no domínio offset, com padrão linear, serão mapeados em um ponto no domínio Radon. Além disso, eventos que no domínio original apresentam formato hiperbólico, como múltiplas e primárias, serão representado como elipse, figura 3.5.

Outro fator relevante sobre a Radon Linear é sua utilidade quando associada à deconvolução preditiva. Essa técnica utiliza uma premissa da periodicidade das reflexões múltiplas em sua aplicação. Contudo, esta propriedade não se mantém para traços de afastamento não nulo (non-zero offset), inviabilizando uma precisão na atenuação das múltiplas. Entretanto, este contratempo pode ser superado com a aplicação da transformada radon linear. ALAM e AUSTIN (1981) demonstraram que reflexões múltiplas são periódicas no domínio  $\tau - p$  para qualquer  $p$  adotado. E, deste modo, a técnica de deconvolução preditiva pode ser aplicada.





**Figura 3.5:** (a) Dado no domínio original apresentando evento com padrão linear e hiperbólico. (b) Eventos no domínio  $\tau - p$  sendo representados por um ponto e fragmento de uma elipse. [CAO, 2006]

### 3.3 TRANSFORMADA RADON PARABÓLICA

A segunda classe de transformada Radon apresentada neste trabalho é a Parabólica. Seguindo as mesmas diretrizes da transformada anterior, esta também busca a apresentação do dado em um novo domínio, visando a separação da energia de múltiplas e primárias. Para tal finalidade, o dado original é ajustado, ou seja, somado através de parábolas, de acordo com a seguinte definição:

$$R(q, \tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} D(x, t = \tau + qx^2) dx, \quad (3.9)$$

ou 
$$R(q, \tau) = \sum_x D(x, t = \tau + qx^2), \quad (3.10)$$

onde o parâmetro  $q$ , que será detalhado mais adiante, é referido como parâmetro de curvatura e  $\tau$  é a intersecção da curva com o eixo do tempo. As equações 3.9 e 3.10 representam as versões da transformada no domínio contínuo e discreto, respectivamente.

Nesta abordagem, cada evento no domínio tempo/offset que apresentar comportamento parabólico será mapeado em um ponto no domínio Radon. Por outro lado, eventos com padrão linear não serão mapeados neste novo domínio, Verschurr (2006).

No âmbito do dado sísmico, a implementação desta técnica com o propósito da eliminação das múltiplas, acaba se deparando com um contratempo. As reflexões presentes

nos dados não apresentam padrões parabólicos. Ao invés disso, exibem características hiperbólicas. Para superar este problema, é aplicada uma correção no tempo do dado (correção NMO) antes de executar a transformada. HAMPSON(1986) mostrou em seu trabalho que as reflexões múltiplas podem ser vista, aproximadamente, como parábolas, desde que tenha sido feito uma específica correção normal moveout.

### 3.3.1 Parâmetro de Curvatura $q$ .

Uma das variáveis do domínio Radon Parabólico é o parâmetro de curvatura  $q$ . Este parâmetro está intimamente ligado com a correção moveout associado à esta técnica. A seguir, será apresentada a demonstração do fator de correção e a estimacão do valor da variável  $q$ .

Para ilustrar tal situação, considere um evento com zero-afastamento e tempo duplo  $t_0$ . Além disso, considere ainda a velocidade quadrática média  $V_{rms}$ . Adotando uma velocidade de correção  $V_c$ , obtém-se o tempo corrigido  $T(x)$ , para um dado afastamento  $x$ , como sendo:

$$T(x) = t_0 + \sqrt{t_0^2 + \frac{x^2}{V_{rms}^2}} - \sqrt{t_0^2 + \frac{x^2}{V_c^2}} \quad (3.11)$$

$$= t_0 \left( 1 + \sqrt{1 + \frac{x^2}{V_{rms}^2 \cdot t_0^2}} - \sqrt{1 + \frac{x^2}{V_c^2 \cdot t_0^2}} \right) \quad (3.12)$$

Expandindo a equação (3.12) utilizando a série e Taylor, tem-se:

$$T(x) = t_0 \left( 1 + \left( 1 + \frac{1}{2} \frac{x^2}{V_{rms}^2 \cdot t_0^2} + L \right) - \left( 1 + \frac{1}{2} \frac{x^2}{V_c^2 \cdot t_0^2} + L \right) \right) \quad (3.13)$$

$$= t_0 \left( 1 + \frac{1}{2} \frac{x^2}{t_0^2} \left( \frac{1}{V_{rms}^2} - \frac{1}{V_c^2} \right) + L \right) \quad (3.14)$$

Definindo uma velocidade residual  $V_r$  como sendo:

$$\frac{1}{V_r^2} = \frac{1}{V_{rms}^2} - \frac{1}{V_c^2} \quad (3.15)$$

A equação (3.14) pode ser reescrita como:

$$T(x) = t_0 + \frac{x^2}{2t_0V_r^2} + K \quad (3.16)$$

Se  $\left(\frac{x}{V_r \cdot t_0}\right) \ll 1$ , a expansão da série pode ser truncada para os termos de alta ordem.

Adotando  $q = \frac{1}{2t_0V_r^2}$ , a equação (3.16) pode ser aproximada por:

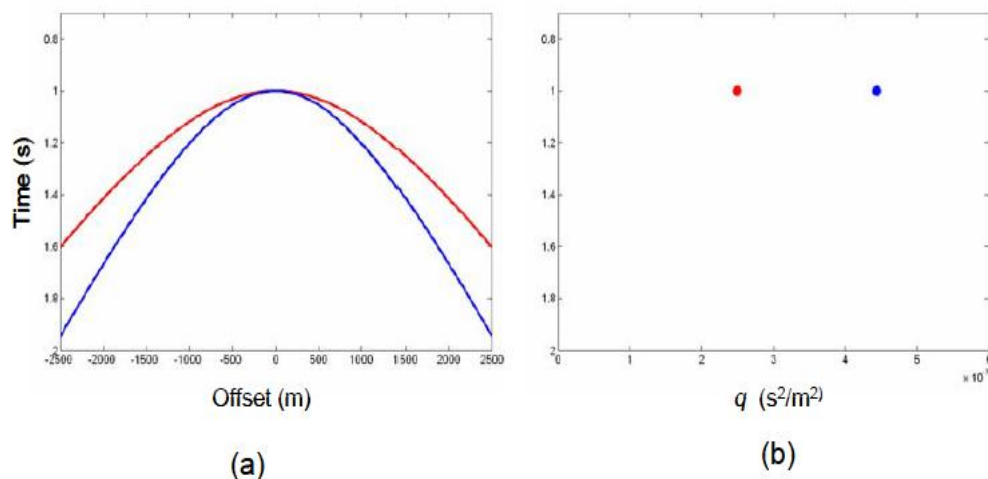
$$T(x) = t_0 + qx^2 \quad (3.17)$$

Deste modo, a equação (3.17) modela a equação do tempo, através de uma parábola, com o parâmetro de curvatura  $q$ , como definido acima.

### 3.3 Transformada Radon Hiperbólica.

Dentre as transformadas Radon aplicadas à sismologia, acredita-se que a hiperbólica seja a mais ajustada ao dado sísmico. Evidentemente, isso se deve ao fato de que pontos refletores de uma camada horizontal, geram hipérbolas no domínio tempo/offset.

Nessa classe de transformada, eventos com padrões hiperbólicos são transformados em pontos no domínio Radon, (figura 3.6). Como primárias e múltiplas (não associadas) apresentam tais características hiperbólicas, oriundas de velocidades diferentes, esses eventos podem ser mapeados em distintas regiões no domínio Radon.



**Figura 3.6:** Eventos hiperbólicos no domínio tempo/afastamento (a) são mapeados em pontos (b) no domínio Radon. [CAO, 2006].

Na aplicação desta transformada, o dado é somado através de hipérbolas como apresentado na definição a seguir:

$$H(\tau, q) = \int_{-\infty}^{+\infty} d(x, t = \sqrt{\tau^2 + qx^2},) dx \quad (3.18)$$

onde  $q = \frac{1}{v_{rms}^2}$ . Nota-se que a lei de correspondência aplicada ao tempo é uma equação de hipérbole. A sua versão no domínio discreto segue o mesmo formato, porém, feita a alteração para somatório.

Com a disjunção da energia de múltiplas e primárias, um desses eventos pode ser eliminado do dado antes de reapresentá-lo no domínio original. Geralmente, o mais usual e menos custoso, é a eliminação da reflexão múltipla. Contudo, não são descartadas abordagens não convencionais, em que as primárias são silenciadas. Quando procedido desta maneira, posteriormente é realizada uma subtração entre os dados existentes.

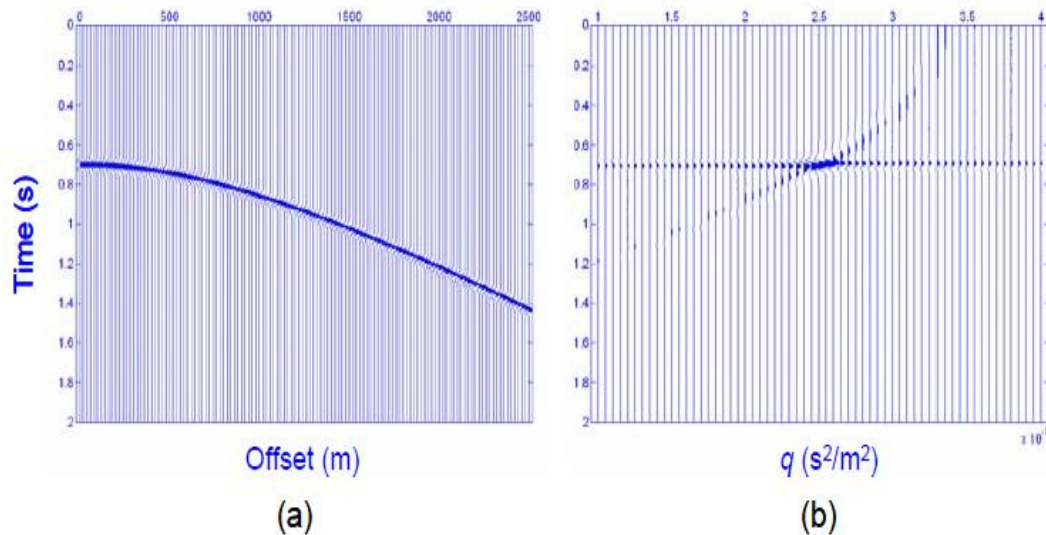
### **3.4 Dificuldade encontrada na Aplicação da Transformada Radon.**

#### **3.4.1 Apresentação no Domínio Radon**

O sucesso da aplicação da Transformada Radon, com a finalidade de remoção das reflexões múltiplas, está intimamente ligado à eficácia de suas etapas. Com isso, é fundamental que as energias de múltiplas e primárias sejam mapeadas em áreas distintas, para que deste modo, a energia indesejável possa ser eliminada. A formulação teórica da Transformada Radon, como apresentada nas seções anteriores, mostra-se muito adequada para essa disjunção.

Contudo, na aplicação desta técnica, dificuldades com a delimitação da área de cada evento podem ser encontradas. Teoricamente, eventos com comportamento hiperbólico no domínio tempo/espaço seriam transformados em pontos no novo domínio, através da aplicação da Radon hiperbólica. Porém, o que é verificado na prática é uma situação bem diferente da esperada. O dado apresentado no domínio Radon não é simplesmente um ponto. Ao invés disso, o dado apresenta artefatos, uma espécie de ruído que destoia do desejado. A figura 3.7 exemplifica a presença desses artefatos. Na figura 3.7(a) é mostrado um determinado evento no domínio espaço/tempo. Em 3.7 (b) é apresentado o dado no domínio Radon, após a aplicação da Transformada Hiperbólica. Nota-se que nesta nova apresentação,

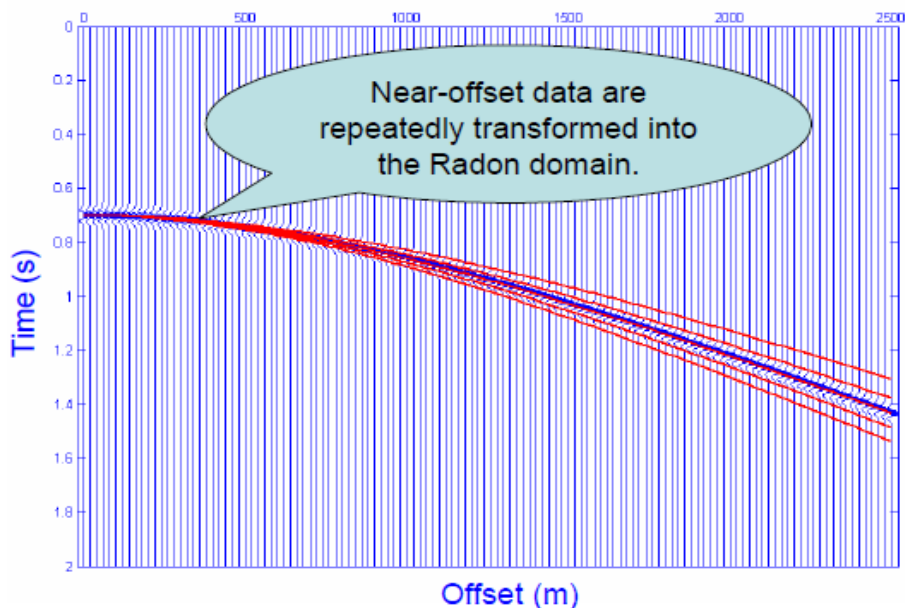
o dado exibe um padrão manchado, que se prolonga por toda sua extensão horizontal e, por uma parte considerável na vertical.



**Figura 3.7:** Apresentação de artefatos horizontais e verticais. Em (a) o dado no domínio original e (b) o dado no domínio Radon exibindo ruídos indesejáveis. [CAO, 2006]

Em CAO(2006), esses artefatos são discutidos e exemplificados. Segundo o autor essas manchas horizontais são provocadas pela transformação repetida do dado em offsets curtos, para diferentes escolhas de parâmetro de curvatura  $q$ . A figura 3.8 mostra um dado modelado por diversas curvas, definidas por diferentes escolhas no parâmetro de curvatura. Nota-se que para offsets curtos as curvas coincidem. Deste modo, quando realizado a integração, esses dados serão somados diversas vezes e causaram a geração dos artefatos horizontais.

No que se refere aos artefatos verticais, ainda segundo o autor, esses eventos são gerados pelo truncamento da formula na transformada. Problemas como esses dificultam a distinção entre os eventos múltiplos e primários. E assim, comprometem a eficiência da técnica para a remoção das múltiplas.



**Figura 3.8:** A geração de artefatos horizontais causada pela transformada repetida de dados em offsets curtos. [Cao, 2006]

### 3.4.2 Transformada Inversa

Um estágio importante desta técnica é a representação do dado no seu domínio original. Para isso, é necessária a aplicação de uma transformada cuja finalidade seja exibir o dado em função do tempo e espaço. Tal transformada é denominada de inversa e é uma etapa fundamental para o sucesso desta técnica. Teoricamente, essa relação é dada por:

$$D'(t, x) = \int_{-\infty}^{+\infty} R(\tau = t - q\varphi(x), q) dq \quad (3.19)$$

Onde  $D'$  é o dado reconstruído no domínio offset e  $R$  representa a forma genérica da Transformada Radon.

Historicamente, evidenciou que a aplicação da transformada inversa como mostrado pela equação 3.19 poderia proporcionar a perda de informação ou a geração dado fictício. Em seu trabalho, BEYLKIN (1987) apresentou uma transformada inversa que se adapta muito bem ao propósito aqui exigido, sendo ela:

$$D' = \int_{-\infty}^{+\infty} \rho(\tau) * u(\tau = t - q\varphi(x), q) dq \quad (3.20)$$

Neste caso  $\rho(\tau)$  é chamado de filtro *rho* e  $*$  denota a operação de convolução. Esse filtro possui a transformada de Fourier da forma  $\sqrt{w} e^{i\frac{\pi}{4}}$ , onde  $w$  é a frequência temporal.

### 3.5 Soluções para a Transformada Radon.

Os principais problemas vinculados à aplicação da Transformada Radon concentram-se na viabilidade da operação e, principalmente, na qualidade da resolução do dado. Ao longo da história, diversos trabalhos têm sido desenvolvidos na tentativa de solucionar tais contratempos. A seguir, serão apresentadas algumas estratégias aplicadas.

#### 3.5.1 Solução por Mínimos Quadrados.

O Método dos Mínimos Quadrados se apresenta como uma solução robusta para técnica Radon. Além disso, mostra eficiência na diminuição dos artefatos horizontais e verticais. O ponto de partida para a solução será a transformada inversa Radon, a versão discreta da equação 3.19:

$$D'(t, x) = \sum_q R(\tau = t - q\varphi(x), q) \quad (3.21)$$

A notação matricial da equação 3.21 pode ser representada por:

$$D' = LR, \quad (3.22)$$

onde  $D'$  representa o dado reconstruído no domínio tempo-offset,  $R$  é o dado no domínio Radon e  $L$  representa o operador de integração no espaço Radon. Nesta notação, a transformada Radon direta, que conduz o dado do domínio offset para o Radon, pode ser representado por:

$$R = L^T D, \quad (3.23)$$

onde  $L^T$  representa o operador de integração no domínio original.

A estratégia empregada consiste na estimativa de  $R(\tau, q)$ , tal que a diferença  $e(t, x)$  entre o dado original  $D(t, x)$  e o reconstruído  $D'(t, x)$  seja mínimo. Ou seja, na forma matricial tem-se:

$$e = D - D', \quad (3.24)$$

$$\text{assim, } e = D - LR \quad (3.25)$$

Com base na equação 3.25 pode ser alcançada a solução. O Erro acumulado  $S$  é designado por:

$$S = \mathbf{e}^T \mathbf{e}, \quad (3.26)$$

logo, 
$$S = (\mathbf{D} - \mathbf{LR})^T (\mathbf{D} - \mathbf{LR}) \quad (3.27)$$

onde  $T$  indica matriz transposta. A minimização de  $S$  com relação a  $\mathbf{R}$  fornece a solução através dos mínimos quadrados:

$$\mathbf{R} = (\mathbf{L}^T \mathbf{L})^{-1} \mathbf{L}^T \mathbf{D}, \quad (3.28)$$

em que  $(\mathbf{L}^T \mathbf{L})^{-1} \mathbf{L}^T$  é a generalizada inversa de  $\mathbf{L}$ .

A solução apresentada pela equação 3.28 ainda se depara com um problema. A não unicidade das curvas de ajustes para offsets curtos e a amostragem discreta sob um finito alcance de offsets causam instabilidade. Com isso, será impraticável inverter a matriz  $\mathbf{L}^T \mathbf{L}$ , CAO(2006).

YILMAZ(1989) propôs uma alternativa para esse problema através da seguinte solução estável:

$$\mathbf{R} = (\mathbf{L}^T \mathbf{L} + \beta \mathbf{I})^{-1} \mathbf{L}^T \mathbf{D}, \quad (3.29)$$

onde o fator  $\beta$  irá alterar apenas a diagonal da matriz operador, e  $\mathbf{I}$  é a matriz identidade. Durante a aplicação, sugere-se o valor adotado para  $\beta$  como sendo 1% do maior autovalor quadrado do operador  $\mathbf{L}^T \mathbf{L}$ .

### 3.5.2 Solução na Frequência.

A solução apresentada pela equação 3.29 supera o problema da instabilidade do dado. Por outro lado, torna-se um procedimento pouco viável. Devido a parâmetros como número de offsets, números de amostras do tempo e números das variáveis do domínio Radon, a matriz  $\mathbf{L}^T \mathbf{L}$  pode ter dimensão muito grande. Deste modo, a inversão dessa matriz torna-se impraticável por se tornar um processo de alto gasto computacional e de tempo.



Uma alternativa para tal contratempo seria trabalhar com o dado no domínio da frequência. Com isso, as equações sofreriam alterações em suas variáveis. Tomando a transformada inversa parabólica como exemplo temos as seguintes alterações:

$$D'(t, x) = \sum_q R(\tau = t - qx^2, x) \quad (3.30)$$

Aplicando a Transformada de Fourier, tem-se a sua equivalente no domínio da frequência como sendo:

$$D'(w, x) = \sum_q R(w, q)e^{-iwqx^2}, \quad (3.31)$$

onde  $w$  é a frequência angular.

Deste modo, usando a notação matricial,  $\mathbf{L}$  torna-se uma matriz complexa, da seguinte forma:

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} e^{-iwq_1x_1^2} & e^{-iwq_2x_1^2} & \dots & e^{-iwq_kx_1^2} \\ e^{-iwq_1x_2^2} & e^{-iwq_2x_2^2} & \dots & e^{-iwq_kx_2^2} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ e^{-iwq_1x_n^2} & e^{-iwq_2x_n^2} & & e^{-iwq_kx_n^2} \end{bmatrix} \quad (3.32)$$

Note-se que a dimensão de  $\mathbf{L}$  é  $n \times k$ , onde  $n$  é o número de offsets e  $k$  é o número de valores de  $q$ . Desta maneira, os elementos de  $\mathbf{L}$  dependem apenas da geometria do dado e do intervalo de valores escolhidos de  $q$ , YILMAZ(1989). Nessa nova abordagem a solução por Mínimos quadrados apresentada na equação 3.29, torna-se:

$$\mathbf{R} = (\mathbf{L}^*\mathbf{L} + \beta\mathbf{I})^{-1} \mathbf{L}^*\mathbf{D}, \quad (3.33)$$

onde  $\mathbf{L}^*$  representa a matriz adjunta de  $\mathbf{L}$ .

Segundo YILMAZ(1989), em virtude da quase singularidade da matriz  $\mathbf{L}$ , principalmente para pequenos valores de  $w$ , a solução como apresentada pela equação 3.33, é melhor expressa em função da decomposição de valores singulares. Sendo assim,  $\mathbf{L}$  pode ser escrita como:

$$\mathbf{L} = \mathbf{U}\mathbf{\Lambda}\mathbf{V}^*, \quad (3.34)$$

onde  $\mathbf{U}$  e  $\mathbf{V}$  são matrizes unitárias e  $\mathbf{\Lambda}$  é a matriz diagonal composta pelos valores singulares de  $\mathbf{L}$ .

Desta maneira, usando a decomposição da matriz  $L$ , a equação 3.33 pode ser reescrita como:

$$\mathbf{R} = \mathbf{V}[(\mathbf{\Lambda}^2 + \beta\mathbf{I})^{-1}\mathbf{\Lambda}]\mathbf{U}^*\mathbf{D} \quad (3.35)$$

Onde

$$(\mathbf{\Lambda}^2 + \beta\mathbf{I})^{-1}\mathbf{\Lambda} = \begin{bmatrix} \frac{\lambda_1}{\lambda_1^2 + \beta} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \frac{\lambda_2}{\lambda_2^2 + \beta} & \dots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & & \frac{\lambda_n}{\lambda_n^2 + \beta} \end{bmatrix} \quad (3.35)$$

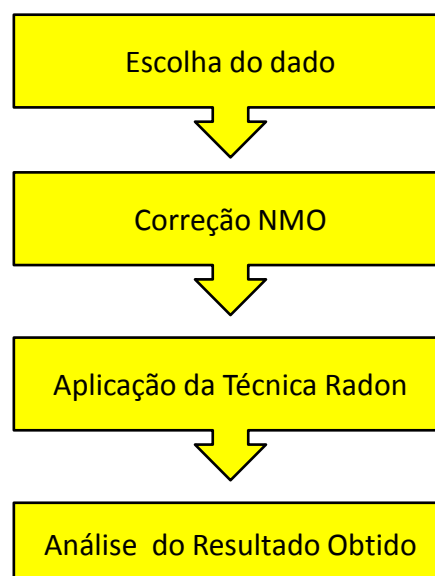
Onde  $\lambda_i$  é a raiz quadrada dos autovalores  $\lambda_i^2$  de  $L^*L$ .

## CAPÍTULO 4

### METODOLOGIA

O propósito deste capítulo é apresentar e detalhar as etapas realizadas durante a confecção deste trabalho. A aplicação da técnica Transformada Radon na atenuação de reflexões múltiplas é amplamente utilizada na indústria. Por esta razão, diversos softwares comerciais trazem este procedimento inerente como uma de suas ferramentas. Contudo, não será usado aqui nenhum programa para tal finalidade. O objetivo é analisar a técnica por um prisma mais profundo, investigando sobre a sua implementação e funcionamento.

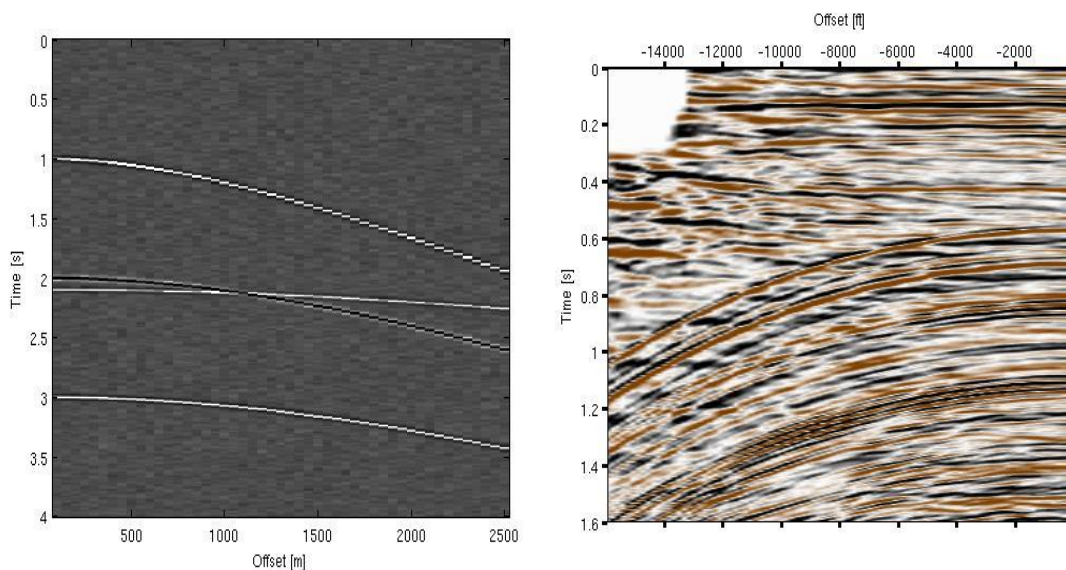
Para realizar o estudo desta técnica, optou-se por fazer uma análise através de duas vertentes. Sendo assim, neste trabalho serão utilizados como instrumentos de pesquisa dois dados sísmicos, sendo eles um sintético e outro real. Em ambos os casos foram utilizados dados disponibilizados pelo Grupo de análise de sinal e imageamento (Signal Analysis and Imaging Group) da Universidade de Alberta, cujo autor é M.D.Sacchi. Todas as etapas realizadas ao longo deste trabalho podem ser sintetizadas pelo fluxograma apresentado na figura 4.1.



**Figura 4.1:** Fluxograma das etapas que compõem a metodologia.

#### 4.1. Escolha do dado.

O ponto de partida deste trabalho consiste na escolha de dados sísmicos que apresente o objeto de estudo, as múltiplas. Acredita-se que as escolhas adotadas nesse trabalho conseguiram alcançar os objetivos. Tanto no dado sintético, quanto no real a presença das reflexões múltiplas é bastante marcante, figura 4.1. No dado sintético nota-se a presença de interseções de eventos, padrão típico proporcionados por múltipla. O dado real é uma aquisição feita no Golfo do México, e pode-se perceber que as múltiplas estão fortemente destacadas a partir de 0.6 segundos.



**Figura 4.1:** Dados utilizados neste trabalho. À esquerda o dado sintético e à direita, o dado real.

#### 4.2. Correção NMO

A correção NMO é uma etapa fundamental para a aplicação da técnica Transformada Radon. Pois através desta correção as reflexões múltiplas são aproximadas às parábolas. Deste modo, as diferenças entre esses eventos e as primárias são acentuadas. Com isso, o mapeamento do dado realizado pela Radon Parabólica tem sua eficiência aumentada.

Para este ajuste no tempo, foi utilizado parâmetro de velocidade próximo aos valores de propagação das primárias. Com isso, estes eventos tendem a ter um comportamento linear, enquanto as múltiplas ainda apresentam certa curvatura.

O dado real utilizado neste trabalho já tinha sido previamente corrigido. Por esta razão, esta etapa foi aplicada apenas ao dado sintético.

### **4.3. Aplicação da Transformada Radon Parabólica.**

A aplicação da Transformada Radon no processo de eliminação das reflexões múltiplas do dado se deu através de várias etapas.

Primeiramente, utilizando a Transformada Radon Parabólica, levou o dado, a priori no domínio tempo/offset, para o domínio Radon. Neste novo cenário, pode-se perceber que o mapeamento das reflexões múltiplas e primárias foi efetuado em áreas distintas. Esse fato é uma das premissas fundamental para o êxito desta técnica.

Em seguida foi realizado o cancelamento da energia dos eventos primários. Deste modo, obteve-se um dado constituído apenas por reflexões múltiplas. De posse dessa informação, aplicou-se a Transformada Radon Parabólica inversa, e retornou-se para o domínio original.

Na parte final, foi realizada uma subtração entre o dado original (composto por todos os eventos) e o dado obtido da transformada (constituído apenas pelas múltiplas). E, deste modo, obteve-se o resultado final.

Todos os procedimentos descritos neste capítulo foram realizados utilizando o software matlab.

### **4.4. Análise do Resultado obtido.**

A análise dos resultados alcançados se deu basicamente por comparação com o dado original. Deste modo, nessa avaliação proposta por este trabalho, foram examinados alguns parâmetros importantes como: possível criação de artefatos inexistentes, eficácia da técnica na remoção dos eventos indesejáveis e os desafios encontrados na aplicação desta técnica.

## **CAPÍTULO 5**

### **RESULTADOS**

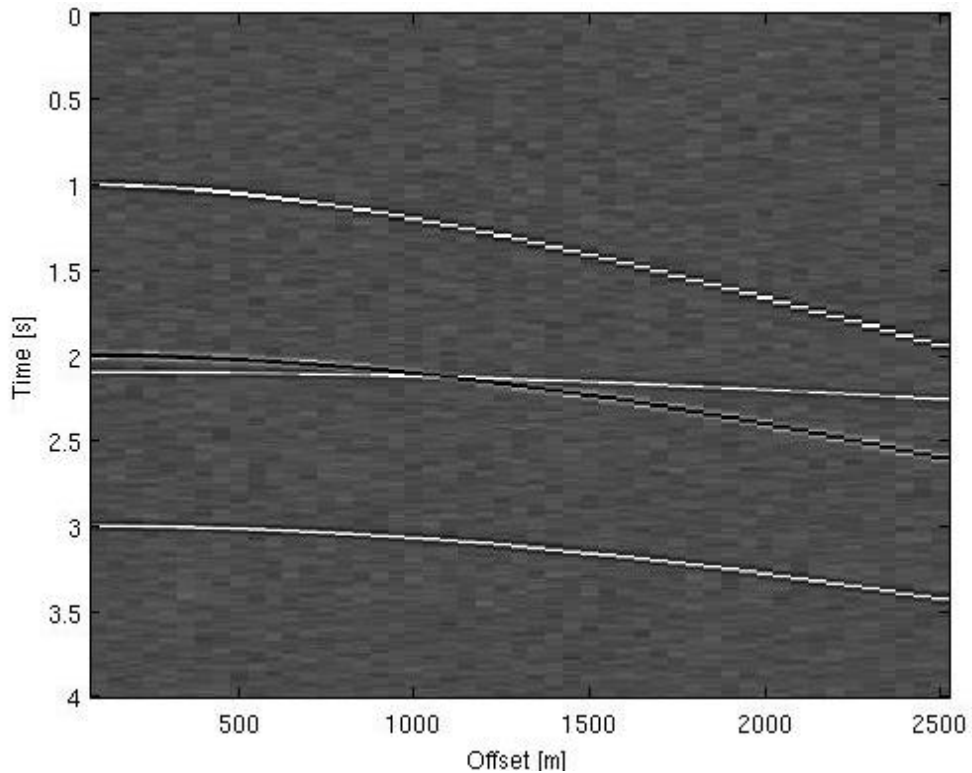
Neste capítulo serão mostrados os resultados obtidos, a partir da realização das etapas descritas na metodologia. Algumas particularidades a respeito desta técnica serão melhores visualizadas, ou até mesmo detalhadas aqui, por meio de análise de seus resultados alcançados. Por questões didáticas optou-se por realizar a apresentação dos resultados em duas partes. Na primeira será dado enfoque ao dado sintético. Posteriormente, a ênfase será no dado real.

#### **5.1. Dado Sintético**

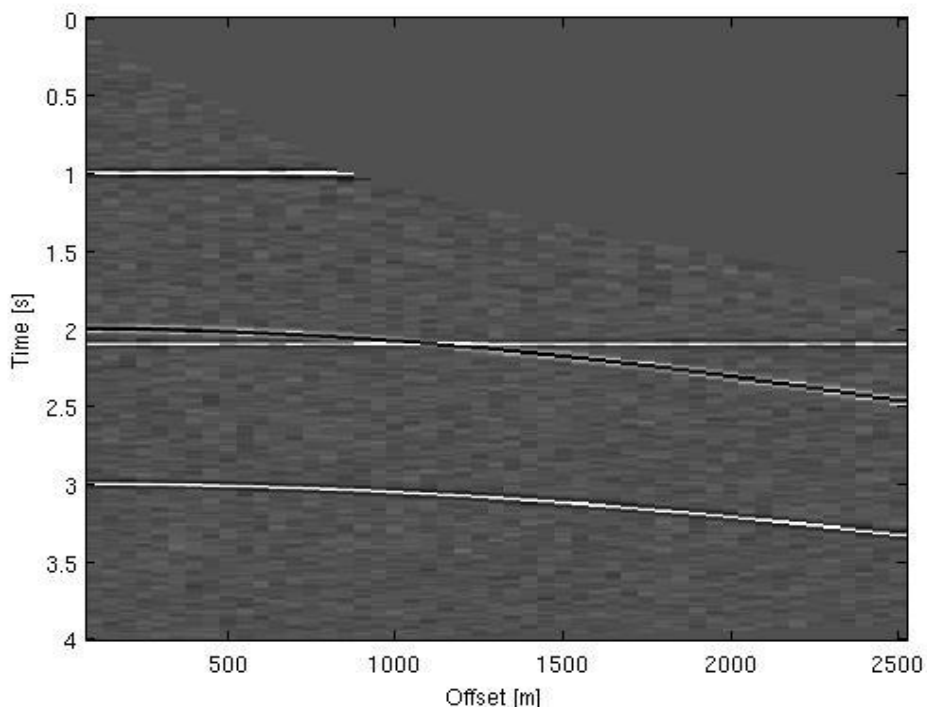
Com a finalidade de aplicar a Transformada Radon voltada para a eliminação de reflexões múltiplas, era necessário a geração de um dado que apresentasse tais eventos. Por se tratar de um dado sintético, ou seja, com parâmetros facilmente controlados, simulou-se uma aquisição sísmica que atendesse tais interesses. Após a geração do dado, ordenou-o em família de ponto médio comum, família CMP (Common Midpoint). Com isso, obteve-se o sismograma como mostrado na figura 5.1. Neste dado é possível verificar a presença de quatro eventos, sendo eles duas primárias e duas múltiplas. Nota-se o padrão periódico apresentado pelas reflexões múltiplas que foram registradas em 2 e 3 segundos. Foi atribuído velocidade de 1500m/s para a primeira camada, valor aproximado ao encontrado em uma aquisição real para a velocidade de propagação da onda na lamina d'água. Deste modo, esta simulação se aproxima de um dado real que apresente múltiplas de fundo oceânico.

Em seguida, realizou-se uma correção NMO no dado, visando uma futura discriminação entre seus eventos no domínio Radon. Para tal ajuste, foi utilizado como valores de velocidade de correção os apresentados pelas reflexões primárias. Em um dado real, essa informação pode ser adquirida pela análise do espectro de velocidade.

A figura 5.2 mostra o dado após tal correção no sobretempo. Com este ajuste as reflexões primárias apresentam agora um padrão menos curvado, enquanto as múltiplas ainda mostram de forma marcante esta sinuosidade.



**Figura 5.1:** Sismograma ordenado em CMP. O dado apresenta dois eventos primários e duas reflexões múltiplas.



**Figura 5.2:** Sismograma após a correção de sobretempo NMO.

Como discutido na parte teórica, após a correção do sobretempo, os eventos múltiplos podem ser aproximados por parábolas. Desta maneira, a próxima etapa consiste em

mapear o dado através de curvas de ajustes. Com isso, foi aplicada a Transformada Radon ao dado, cujos seus parâmetros operacionais estão resumidos na tabela 5.1.

Com o propósito de ajustar todos os eventos, primárias e múltiplas, do dado utilizaram-se os valores de parâmetro de curvatura  $q$  pertencentes ao intervalo de  $-0,3$  a  $0,8$ . Adotou-se um incremento  $dq$ , de tal modo que fosse gerado um total de 60 valores de parâmetros de curvatura. Além disso, foi utilizado um intervalo de frequência de que abrange de 2 a 90Hz.

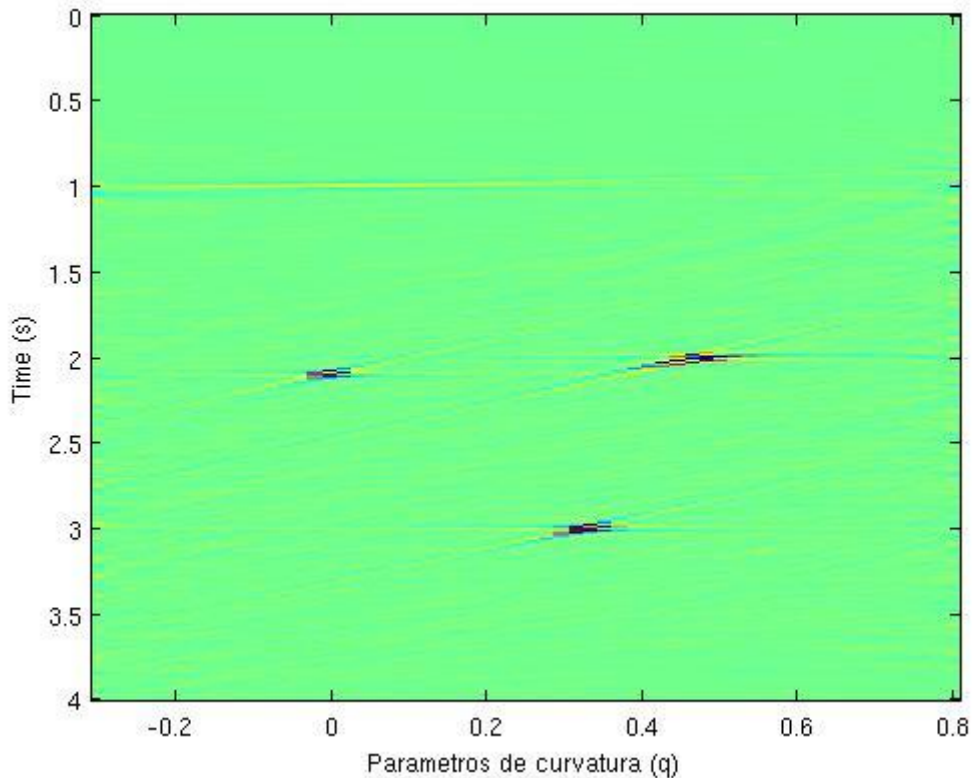
**Tabela 5.1:** Parâmetros da Transformada Radon Parabólica

<i>Parâmetro de Curvatura mínimo (<math>q_{min}</math>)</i>	$-0,3$
<i>Parâmetro de Curvatura máximo (<math>q_{máx}</math>)</i>	$0,8$
<i>Número de Parâmetros de Curvatura</i>	$60$
<i>Frequência Mínima</i>	$2 \text{ Hz}$
<i>Frequência Máxima</i>	$90 \text{ Hz}$
<i>Fator de Estabilidade <math>\beta</math></i>	$0,1$

A figura 5.3 mostra o dado apresentado no domínio Radon. Nota-se que a reflexão primária, localizada por volta de um segundo, não é apresentada de forma tão marcante quanto os outros eventos no novo domínio. Isso se deve ao fato de a transformada parabólica não mapear eventos lineares. Por outro lado, por apresentarem uma maior curvatura em sua feição, os eventos múltiplos apresentam valores maiores de  $q$ . Com isso, estão posicionadas mais a direita do gráfico, com valores de parâmetros de curvatura entre 0.3 a 0.5. A outra reflexão primária apresenta valores próximos de zero.

A Transformada Radon conseguiu realizar um dos maiores desafios enfrentados pelas técnicas de atenuação que exploram a distinção entre as reflexões múltiplas e primárias, a separação destes eventos.



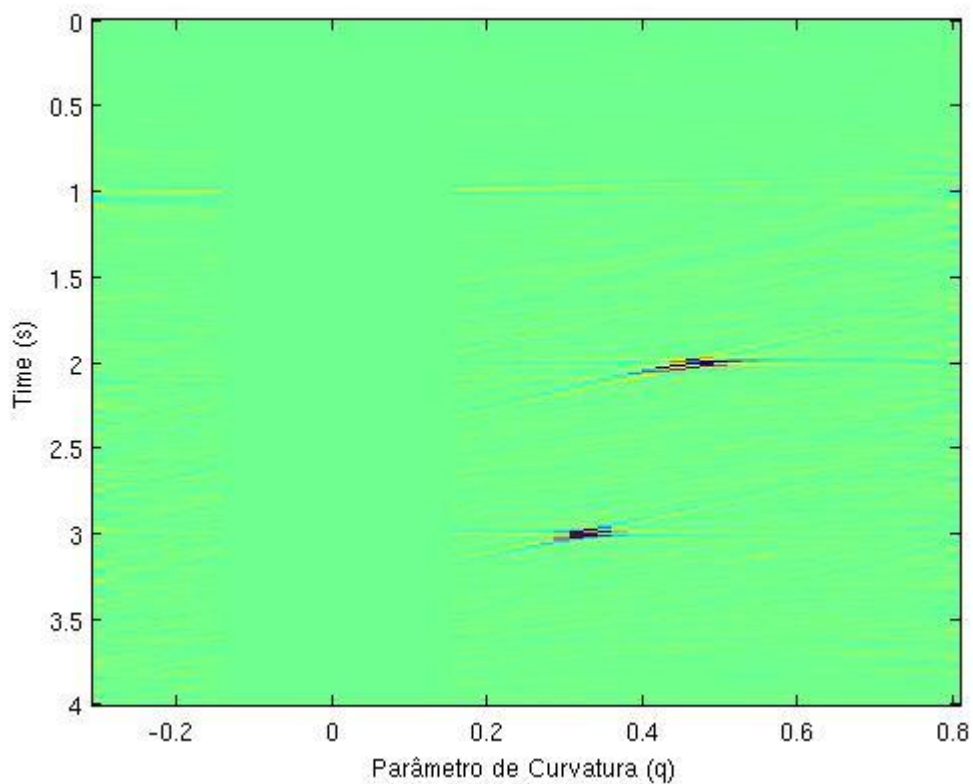


**Figura 5.3:** Dado apresentado no domínio Radon. As múltiplas apresentam os maiores valores de  $q$ . A reflexão primária localiza-se mais próximo do valor de curvatura zero.

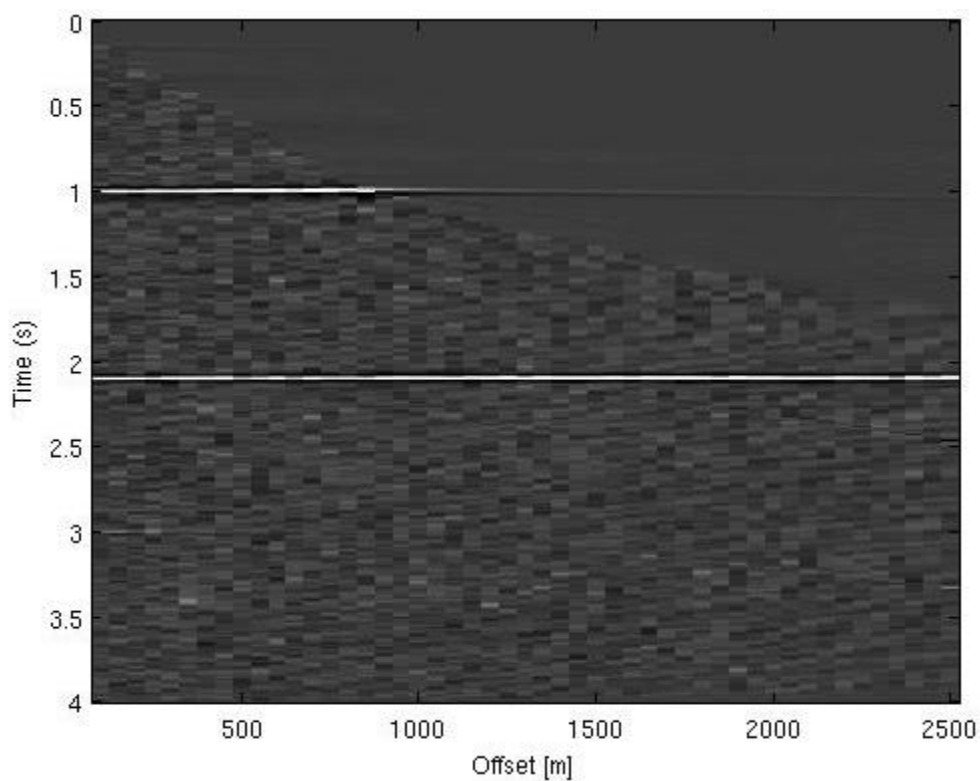
Feito isso, a próxima etapa consiste na aplicação de um filtro, cuja finalidade seja a eliminação de determinada energia. A estratégia utilizada aqui, foi a eliminação da energia da primária. Deste modo, acredita-se evitar a criação de artefatos no dado, figura 5.4.

Posteriormente, aplica-se a Transformada Radon Parabólica inversa, retornando a energia das reflexões múltiplas presentes no dado para o domínio tempo/offset. Em seguida, realiza-se uma subtração entre o dado original e o obtido da transformada. Deste modo, o que resulta é o dado livre de múltiplas, apresentando apenas as primárias, figura 5.5.

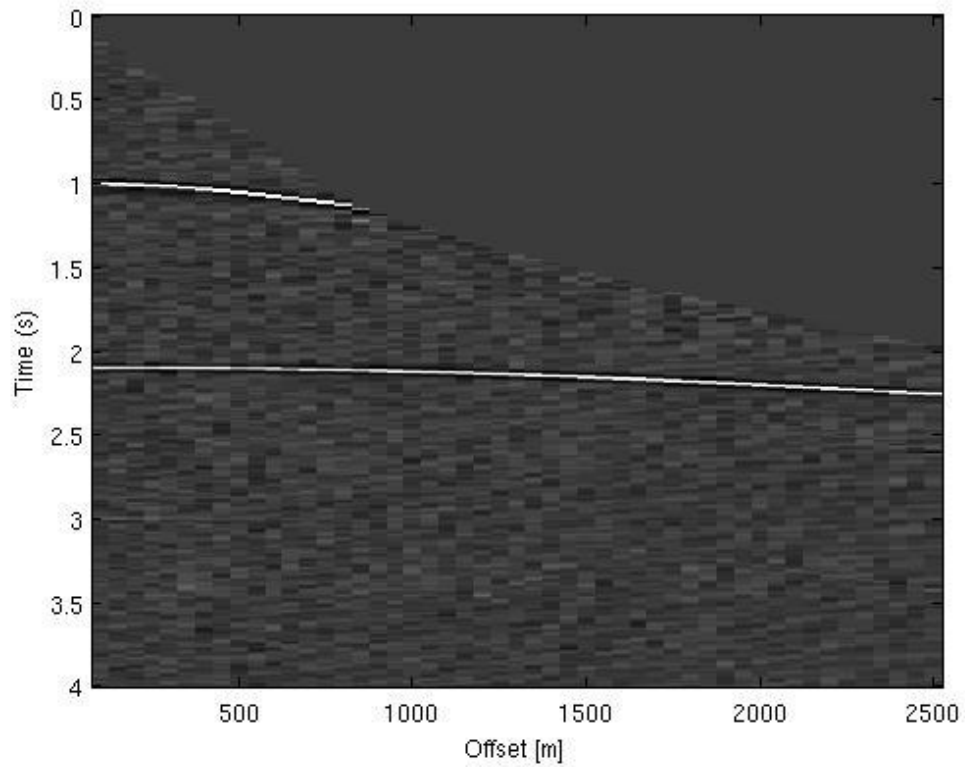
Contudo, o dado ainda está sobre o efeito da correção NMO, utilizada para ressaltar a diferença entre múltiplas e primárias. Sendo assim, para alcançar o dado original de entrada, é retirada correção que tinha sido previamente aplicada, figura 5.6.



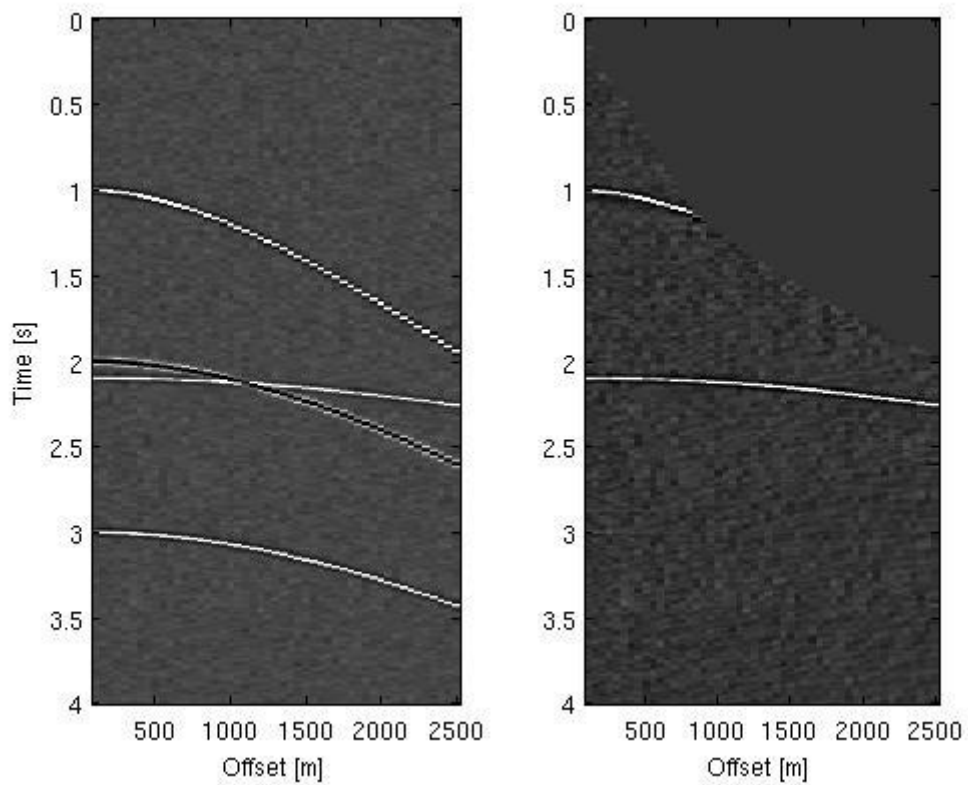
**Figura 5.4:** Dado no domínio Radon após a eliminação da energia da reflexão primária.



**Figura 5.5:** Resultado obtido após a eliminação das múltiplas, ainda com efeito da correção NMO.



**Figura 5.6:** Resultado obtido após a retirada da correção NMO



**Figura 5.7:** Comparação entre o dado original (à esquerda) e o obtido pela Técnica Radon (à direita).

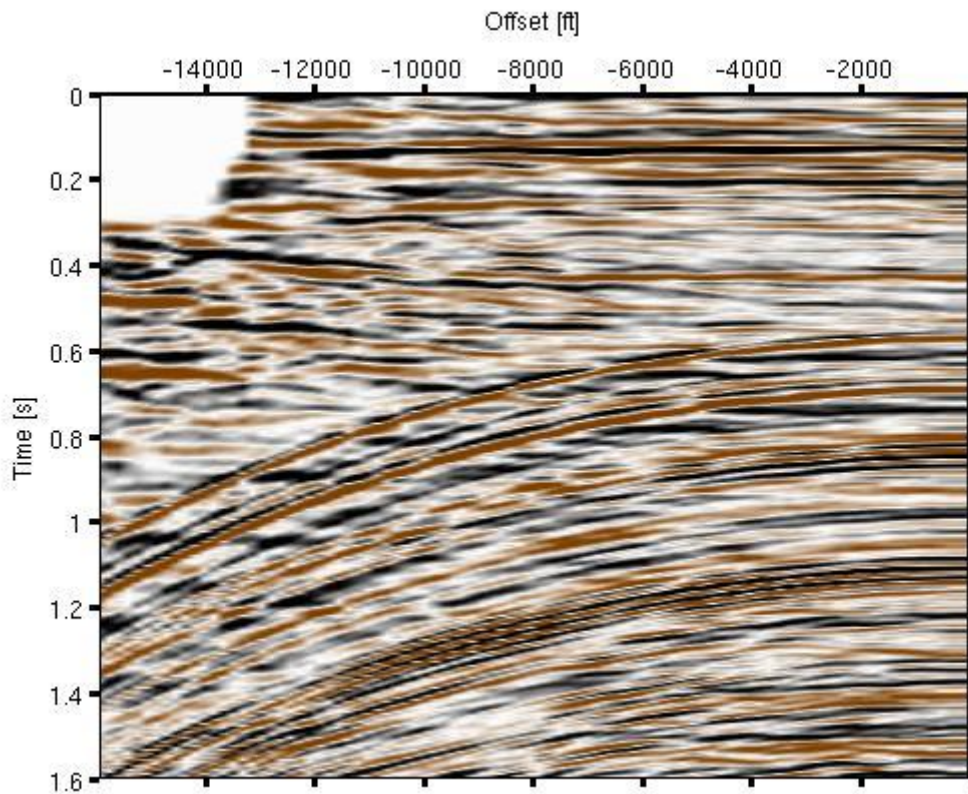
Na figura 5.7 é feita a comparação entre o dado original e o obtido pela técnica Radon. Nota-se através do resultado que a aplicação da técnica foi eficaz na realização de seus objetivos. O dado original mostra a presença marcante de reflexões múltiplas. E, além disso, pode-se notar a sobreposição de eventos. Por outro lado, no resultado alcançado percebe-se que as reflexões múltiplas foram eliminadas. Outro fator relevante é que nenhuma informação fictícia foi adicionada ao dado, fato que é comum quando se manipula o dado em diferentes domínios.

## 5.2. Dado Real

O segundo dado utilizado é um dado real, adquirido no Golfo do México. Apesar de possuir uma parte substancial do dado, optou-se por restringir a área investigada para uma zona de interesse e, assim, reduzir gasto computacional.

Desta vez, trata-se de um dado ordenado em ponto comum em profundidade CDP (common depth point), que já foi previamente corrigido de sobretempo moveout, figura 5.8. Nota-se que a partir de aproximadamente 0,7 segundos, as reflexões múltiplas se apresentam de forma marcante no dado, dificultando a interpretação de feições nesta região.

A aplicação da Transformada Radon à este dado se deu de forma semelhante à aplicada ao dado sintético. Os parâmetros da Transformada Radon Parabólica aqui aplicados foram os mesmos da seção anterior, com exceção do número de parâmetros de curvatura. Priorizando uma melhor amostragem no domínio Radon, adotou-se por um número maior de parâmetros de curvatura dentro do intervalo de interesse. Sendo assim, foi realizada uma diminuição do incremento  $dq$  a fim de obter um total de 120 valores de  $q$ . Uma síntese de todos os parâmetros utilizados nesta operação pode ser encontrada na tabela 5.2. Novamente utilizou-se o parâmetro de estabilidade  $\beta$  igual a 0,1. Este valor foi suficiente para proporcionar a estabilidade da solução através dos mínimos quadrados.

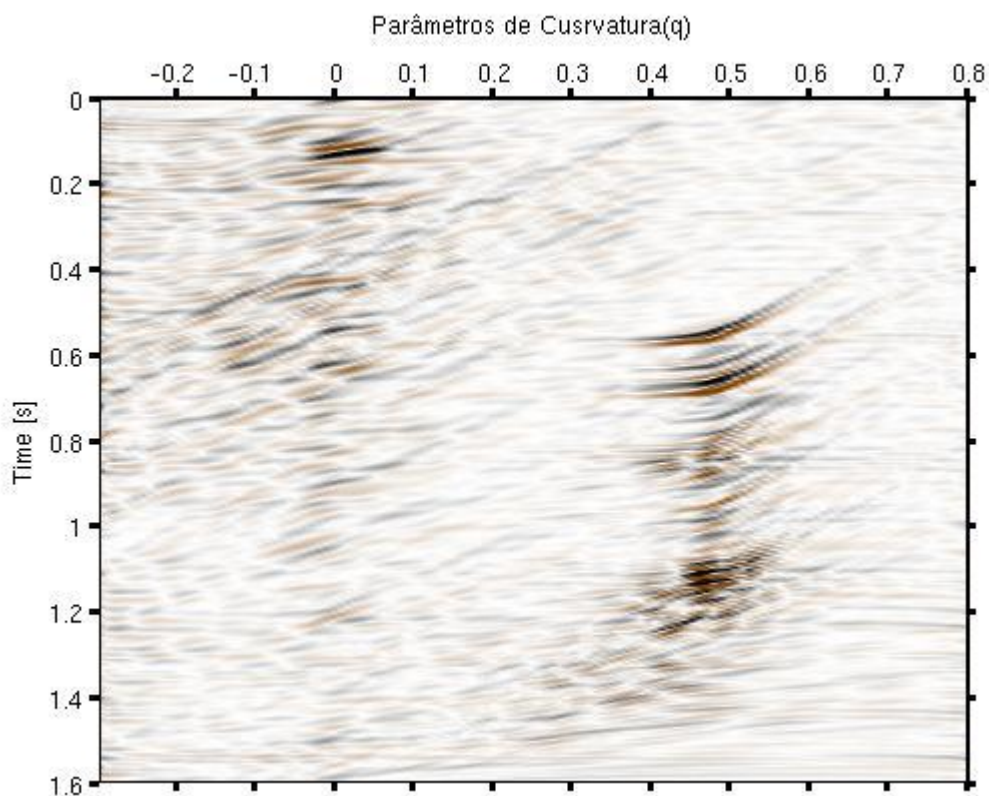


**Figura 5.8:** Dado real, adquirido do Golfo do México.

**Tabela 5.2:** Parâmetros da Transformada Radon Parabólica

<i>Parâmetro de Curvatura mínimo (<math>q_{min}</math>)</i>	-0,3
<i>Parâmetro de Curvatura máximo (<math>q_{máx}</math>)</i>	0,8
<i>Número de Parâmetros de Curvatura</i>	120
<i>Frequência Mínima</i>	2 Hz
<i>Frequência Máxima</i>	90 Hz
<i>Fator de Estabilidade <math>\beta</math></i>	0,1

A figura 5.9 mostra o dado apresentado em seu painel Radon. Nota-se que em um dado real o painel Radon não fica tão delimitado como a sua versão sintética. Contudo, ainda é possível distinguir os diferentes eventos. Novamente, as reflexões múltiplas apresentam valores maiores para o parâmetro de curvatura, suas medidas variam entre 0,4 a 0,6.

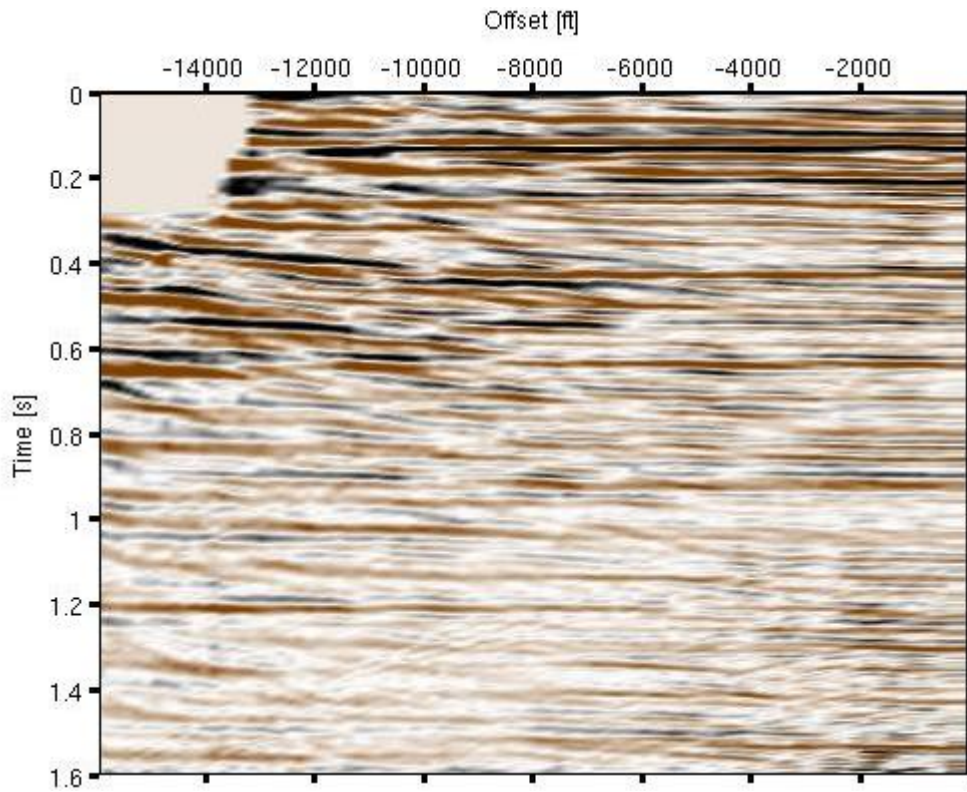


**Figura 5.9:** Dado real apresentado no domínio Radon.

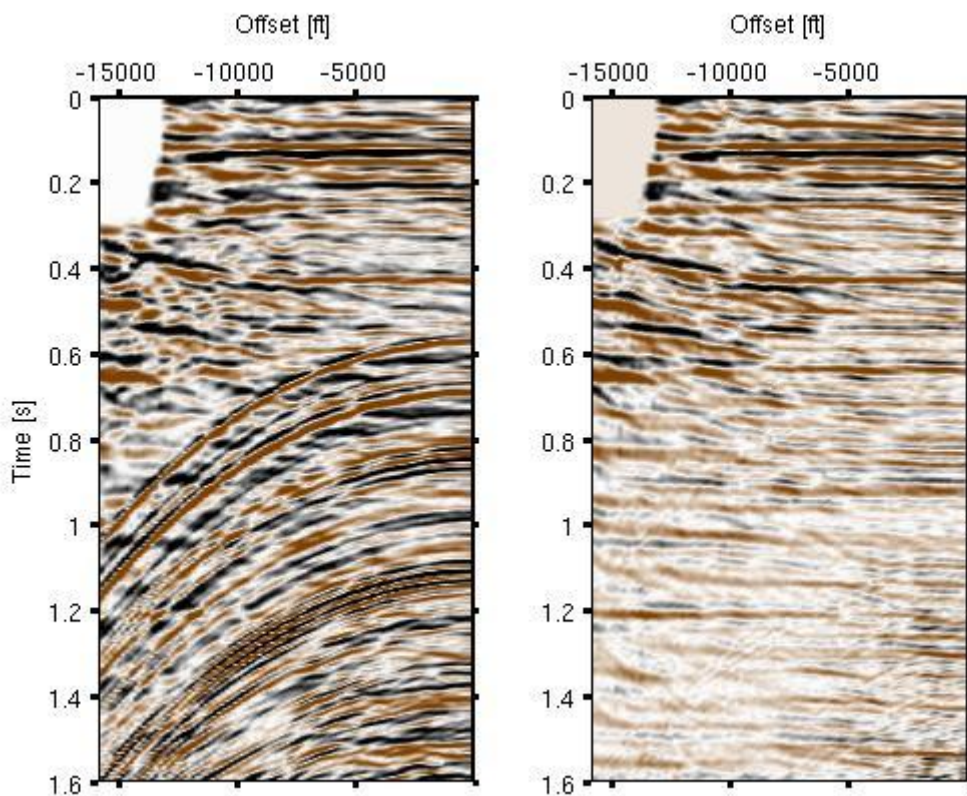
Em seguida foi realizada a filtragem a fim de eliminar a energia indesejável. Assim como foi efetuado com o dado sintético, primeiramente eliminou-se a energia da primária, para que em seguida, fosse efetuada a subtração entre o dado obtido pela técnica e o original. A figura 5.10 mostra o resultado alcançado pela Transformada Radon Parabólica. Agora é possível analisar a região investigada através de um dado mais suave, sem a presença proeminente das múltiplas.

Para se ter uma exata noção da melhoria proporcionada ao dado, a figura 5.11 traça um paralelo entre os sismogramas. Nota-se que no dado atenuado é possível enxergar as reflexões mais delineadas, principalmente no intervalo pós 0,6 segundos. No dado original as altas amplitudes das múltiplas escondiam tais feições.





**Figura 5.10:** Resultado obtido pela Transformada Radon Parabólica



**Figura 5.11:** Comparação entre o dado original (à esquerda) e o obtido pela Transformada Radon (à direita).

## **CAPÍTULO 6**

### **CONCLUSÕES**

Com base no que foi dissertado ao longo deste trabalho, e, principalmente nos resultados apresentados no capítulo anterior, pode-se tirar algumas conclusões a respeito da Transformada Radon.

A Técnica Radon propõe como uma de suas etapas a separação entre os diferentes eventos (múltiplas e primárias). No que se refere a este propósito, pode-se observar que tanto no dado sintético, quanto no real, tal separação ocorreu de forma eficiente, possibilitando a distinção entre as reflexões. Além disso, evidenciou-se que a sua versão Parabólica funcionou de forma satisfatória com o objetivo de remoção de reflexão múltipla. Em ambos os dados, as múltiplas foram eliminadas, não ocorrendo geração de artefatos e sem perda de informação do dado original.

Foi visto ainda que a Transformada Radon se enquadra nas técnicas que buscam explorar a diferença de comportamento entre múltiplas e primárias. Contudo, na busca por tal discriminação, encontra-se talvez uma das maiores dificuldades desta técnica. Para offsets curtos a distinção entre essas reflexões torna-se muito difícil. E, por isso, ruídos podem ser gerados comprometendo assim a eficiência desta diferenciação, e, conseqüentemente da técnica como um todo. Tal problema não é evidenciado para offsets longos, uma vez que a diferença entre os eventos múltiplos e primários tende a ser amplificada conforme o aumento do afastamento.

Uma saída para solucionar este contratempo, pode ser a aplicação de outra técnica de remoção de reflexão múltipla em conjunto com a Transformada Radon. Dentro deste contexto a Técnica SRME pode ser uma ferramenta muito útil. Esta é uma técnica baseada na periodicidade dos eventos múltiplos que possui uma boa eficiência para offsets curtos. Maiores detalhes sobre o SRME pode ser encontrado em COSTA (2012)



## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1]. ALAM, A., and AUSTIN, J., 1981, **Multiple suppression using slant stacks: Tech. Rep.**, Western Geophysical Company.
- [2]. ANDRADE , Davilson E. **Remoção de reflexões múltiplas e efeito fantasma de dados sísmicos marítimos.** Universidade Federal da Bahia, 1993.
- [3]. BERKHOUT, A.J; VERSCHUUR, D. J. **Transformation of multiples into primary reflections.** Delf University of Technology, 2003, The Netherlands.
- [4]. BEYLKIN, G., 1987, **Discrete Radon transform: IEEE Trans.** Acoust., Speech, and Signal Proc., ASSP-35, No.2, 162-172.
- [5]. COA, Z; **Analysis and application of the Radon transform.** Tese de Mestrado , University of Calcary, 2006.
- [6]. FERREIRA, P.P; **Características da atenuação das reflexões múltiplas da superfície livre utilizando a extrapolação do campo de onda.** Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2009.
- [7]. GROENESTIJN, G.J.A; VERSCHURR, D.J; **Estimation of primaries and near-offset reconstruction by sparse inversion: Marine data applications.** Geophysics, Vol 74, NO.6, 2009.
- [8]. HAMPSON, D., 1986, **Inverse velocity stacking for multiple elimination: J. Can. Soc. Expl. Geophys.**, 22, 44-55.
- [9]. COSTA, R, S; **Previsão dos Tempos de Trânsito das Reflexões Múltiplas Utilizando a Técnica SRME.** Universidade Federal Fluminense, 2012.
- [10]. REITER, E. C; TOKSOZ, N. M. **Imaging with deep-water multiples.** Geophysics, Vol 56, N° 7, July, 1991.
- [11]. TREITEL, S., GUTOWSKI, P. R., and WAGNER, D. E., 1982, **Plane-wave decomposition of seismograms:** Geophysics, 47, 1375-1401.

- [12].VERSCHURR, D. J. **Seismic multiple removal techniques past, present and future.** EAGE. 2006. The Netherlands.
- [13].Yilmaz, Ö., 1987, **Seismic data processing:** Soc. Expl. Geophys.
- [14].Yilmaz, Ö., 1989, **Velocity-stack processing:** Geophys. Prosp., 37, 357-382.
- [15].WEIGLEN, A. B.; DRAGOSET, W. H. **Multiple attenuation.** Geophysics reprint series, 2005, N° 23.