

João Ricardo Weissmann Santos

*Análise comparativa entre os métodos de  
migração reversa no tempo e de migração  
por rotação de fase no domínio da  
frequência*

Rio de Janeiro, Niterói.

2011

João Ricardo Weissmann Santos

*Análise comparativa entre os métodos de  
migração reversa no tempo e de migração  
por rotação de fase no domínio da  
frequência*

Programa de graduação em Geofísica  
Projeto Final II

Orientador:  
Marco Antônio Cetale Santos

UNIVERSIDADE FEDERAL FLUMINENSE

Rio de Janeiro, Niterói.

2011

S237

Santos, João Ricardo Weissmann

Análise comparativa entre os métodos de migração reversa no tempo e de migração por rotação de fase no domínio da frequência / João Ricardo Weissmann Santos. – Niterói: [s.n.], 2011.

74 f.

Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharelado em Geofísica) - Universidade Federal Fluminense, 2011.

1.Processamento sísmico. 2.Migração sísmica. 3.Modelagem sísmica. I. Título.

CDD 550

Trabalho de conclusão de curso submetido ao programa de graduação em Geofísica da Universidade Federal Fluminense como requisito final para a obtenção do título de Bacharel em Geofísica.

Prof. Dr. Marco Antônio Cetale Santos  
Orientador

Prof. Dr. Rogério de Araújo Santos  
Petrobrás

Prof. Dr. André Bulcão  
Petrobrás

Prof. Dr. Raul Bernardo Vidal Pessolani  
Universidade Federal Fluminense

*É pela matemática que se pode verdadeiramente explorar o real até o fundo de suas substâncias e em toda a extensão de sua diversidade.*

*Bachelard*

# *Resumo*

Este trabalho tem como foco principal a etapa do processamento sísmico referente à migração dos dados, onde, nesse contexto, é construída uma comparação entre os métodos de migração reversa no tempo (*Reverse Time Migration - RTM*) e migração por rotação de fase no domínio da frequência (*PSPI - Phase-Shift Plus Interpolation*), utilizando para tal uma revisão teórica da literatura atual e implementações computacionais realizadas ao longo do seu desenvolvimento.

Além disso, temas relacionados ao central, como as etapas gerais do processamento sísmico convencional e a modelagem de dados sintéticos são abordados superficialmente, constituindo parte da base teórica necessária para o entendimento geral do trabalho.

# *Abstract*

This work focuses mainly on the processing step related to the migration of seismic data, where, at this context, is constructed a comparison between the methods of reverse time migration (RTM) and migration by phase shift in the frequency domain (PSPI), using such a theoretical review of current literature and computational implementations made by the author.

Moreover, other issues related to the main, as the general steps of the conventional seismic processing, and modeling of synthetic data are discussed superficially, constituting part of the necessary theoretical basis for a general understanding of the work.

# *Agradecimentos*

Este trabalho representa não apenas o esforço e a dedicação do autor ao longo deste ano de 2011, mas também o resultado de uma batalha psicológica travada desde o início da minha trajetória dentro da Universidade, onde, de modo algum, eu teria tido sucesso sem o apoio de algumas pessoas, as quais tento reunir nesta homenagem, mesmo que ainda muito aquém da realmente merecida.

É desta forma que começo agradecendo ao meu orientador na Universidade Federal Fluminense, o Professor Marco Cetale, cujo título de orientador, para mim, já foi ultrapassado há muito tempo, e à Professora Eliane Alves, a quem eu não teria a ousadia de tentar mensurar o quanto sou grato.

Agradeço também a todos os professores e funcionários da UFF que convivi ao longo destes anos, em especial aos professores André Ferrari, Rogério Santos, Alberto Dias, Zé Antônio e Adalberto da Silva, aos quais eu devo muito, e a todos meus colegas de turma, sem enrustimento nenhum, e ainda incluindo alguns agregados.

Por fim, gostaria de fazer um agradecimento especial ao meu amigo Bruno paquito, a quem devo grande parte da minha motivação dentro da Geofísica, e à senhorita Elaine Weissmann, que sem sombra de dúvidas é a melhor entre todas as pessoas que já habitaram este Planeta. Obrigado por tudo, mãe.



# *Sumário*

Agradecimentos

Lista de Figuras

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	p. 14
<b>2</b>	<b>Fundamentação teórica</b>	p. 17
2.1	Processamento sísmico . . . . .	p. 17
2.1.1	Etapas Gerais . . . . .	p. 18
2.1.1.1	Pré-processamento . . . . .	p. 18
2.1.1.2	Correção estática . . . . .	p. 18
2.1.1.3	Silenciamento da onda direta . . . . .	p. 18
2.1.1.4	Deconvolução . . . . .	p. 19
2.1.1.5	Organização em famílias CMP ( <i>Common Mid Point</i> ) . . . . .	p. 20
2.1.1.6	Análise de velocidades . . . . .	p. 20
2.1.1.7	Migração de dados sísmicos . . . . .	p. 22
2.1.2	Processamento pós-empilhamento . . . . .	p. 25
2.1.2.1	Correção NMO ( <i>Normal Move Out</i> ) . . . . .	p. 27
2.1.2.2	Correção do estiramento . . . . .	p. 27
2.1.2.3	Empilhamento ( <i>Stack</i> ) . . . . .	p. 28
2.1.2.4	Migração pós-empilhamento . . . . .	p. 29
2.1.3	Processamento pré-empilhamento . . . . .	p. 30
2.1.3.1	Migração pré-empilhamento . . . . .	p. 31

2.1.4	Processamento em tempo . . . . .	p. 32
2.1.4.1	Migração em tempo . . . . .	p. 32
2.1.5	Processamento em profundidade . . . . .	p. 33
2.1.5.1	Cálculo de velocidades intervalares . . . . .	p. 33
2.1.5.2	Suavização do modelo de velocidades . . . . .	p. 33
2.1.5.3	Migração em profundidade . . . . .	p. 34
2.2	Migração RTM e PSPI . . . . .	p. 34
2.2.1	Migração reversa no tempo por diferenças finitas . . . . .	p. 35
2.2.2	Migração por deslocamento de fase ( <i>phase-shift</i> ) . . . . .	p. 36
2.2.2.1	Migração por deslocamento de fase com interpolação . . . . .	p. 42
2.2.3	Comparações entre a migração PSPI e RTM . . . . .	p. 44
<b>3</b>	<b>Metodologia</b>	p. 46
<b>4</b>	<b>Resultados</b>	p. 50
4.1	Resultados pós-empilhamento . . . . .	p. 52
4.2	Resultados pré-empilhamento . . . . .	p. 54
<b>5</b>	<b>Conclusões</b>	p. 62
	<b>Referências</b>	p. 63
	<b>Apêndice A – Modelagem</b>	p. 64
A.1	Modelagem sísmica . . . . .	p. 64
A.1.1	Soluções numéricas . . . . .	p. 65
A.1.2	Condições de contorno . . . . .	p. 65
A.1.3	Fonte sísmica . . . . .	p. 66
A.2	O Método das Diferenças Finitas . . . . .	p. 67
A.2.1	Discretização . . . . .	p. 67

A.2.2	O método numérico . . . . .	p. 68
A.3	Modelagem sísmica por diferenças finitas . . . . .	p. 70
A.3.1	Condições de dispersão e estabilidade numérica . . . . .	p. 71

# *Lista de Figuras*

1	Esquema de aquisição sísmica (Fonte: <i>eeg-geophysics.com</i> ) . . . . .	p. 14
2	Um sismograma (A) ao lado de uma seção sísmica processada (B) (Fonte: Yilmaz e Doherty (2001)) . . . . .	p. 15
3	Esquema com ondas refletidas, ondas refratadas e com a onda direta . .	p. 19
4	Esquematisação do cálculo de um traço sísmico sintético . . . . .	p. 20
5	Reflexão da onda no ponto médio entre a fonte e o receptor . . . . .	p. 21
6	Vários raios de onda atingindo um mesmo ponto médio comum . . . .	p. 21
7	Um sismograma no domínio CMP (Fonte: Yilmaz e Doherty (2001)) . .	p. 22
8	Traços de um sismograma CMP relacionados a raios de onda com trajetórias distintas . . . . .	p. 23
9	Círculo com os possíveis locais de reflexão (Fonte: (KEAREY; HILL, 2009))	p. 23
10	Esquema de migração e modelagem em relação aos seus objetivos . . .	p. 24
11	Esquema de continuação descendente de frente de onda (Fonte: Yilmaz e Doherty (2001)) . . . . .	p. 24
12	Ilustrações para sub-migração e super-migração (Fonte: (YILMAZ; DOHERTY, 2001)) . . . . .	p. 25
13	Figura esquemática mostrando em (a) um modelo geológico, em (b) o sismograma referente para tal modelo geológico, e em (c) e (d) os resultados obtidos respectivamente com a migração <i>2D</i> e <i>3D</i> , mostrando que a migração <i>3D</i> consegue reposicionar corretamente os eventos sísmicos, enquanto que a migração <i>2D</i> apresenta limitações) . . . . .	p. 26
14	Visualização do efeito de estiramento do traço devido à correção NMO	p. 27
15	Empilhamento de traços . . . . .	p. 28
16	Fluxograma de processamento pós-empilhamento em tempo . . . . .	p. 29

17	Fluxograma de processamento pré-empilhamento em tempo . . . . .	p. 30
18	Coincidência entre os tempos de propagação ( $T_s$ ) e depropagação ( $T_r$ ) na condição de imagem (Fonte: (BULCÃO, 2004)) . . . . .	p. 32
19	Fluxograma pré-empilhamento em profundidade . . . . .	p. 34
20	Esquema referente à depropagação de ondas na migração RTM, mostrando a reconstrução da frente de onda propagada (em vermelho) através da depropagação do sismograma como várias fontes pontuais (em azul)	p. 35
21	Sistema linear e invariante no tempo (Fonte: Hayes (2006)) . . . . .	p. 37
22	Deslocamento de fase em 10 unidades da função impulso unitário gerado no domínio da frequência através do MatLab, onde o eixo horizontal representa a variável espacial (posição) e o eixo vertical a amplitude . .	p. 37
23	Esquema de cálculo da Transformada Rápida de Fourier . . . . .	p. 38
24	Extrapolação do método de <i>phase-shift</i> - receptores . . . . .	p. 39
25	Extrapolação do método de <i>phase-shift</i> - campos de onda . . . . .	p. 39
26	Fluxograma do método de <i>phase-shift</i> simples . . . . .	p. 42
27	Fluxograma do método de <i>phase-shift</i> com interpolação . . . . .	p. 43
28	Exemplo do resultado gerado pelo algoritmo de construção de modelos de velocidade, onde a cor azul representa a menor velocidade e a cor vermelha a maior, na figura da direita . . . . .	p. 46
29	Propagação de uma fonte pontual de ondas por um modelo de camadas paralelas . . . . .	p. 47
30	Propagação de uma onda plana por um modelo de camadas paralelas .	p. 48
31	Fluxograma do procedimento metodológico deste trabalho . . . . .	p. 49
32	Modelo de camadas paralelas . . . . .	p. 50
33	Modelo com uma falha normal . . . . .	p. 51
34	Modelo com uma dobra sinclinal . . . . .	p. 51
35	Seção <i>pos-stack</i> para o modelo de camadas paralelas obtida através da modelagem acústica de uma onda plana . . . . .	p. 52

36	Seção <i>pos-stack</i> para o modelo com uma falha normal obtida através da modelagem acústica de uma onda plana . . . . .	p. 52
37	Resultado da migração RTM <i>pos-stack</i> para o modelo de camadas paralelas	p. 53
38	Resultado da migração PSPI <i>pos-stack</i> para o modelo de camadas paralelas	p. 53
39	Resultado da migração RTM <i>pos-stack</i> para o modelo com uma falha normal . . . . .	p. 54
40	Resultado da migração PSPI <i>pos-stack</i> para o modelo com uma falha normal . . . . .	p. 54
41	Sismograma sintético referente ao modelo de camadas paralelas . . . .	p. 55
42	Sismograma sintético referente ao modelo com uma falha normal . . . .	p. 55
43	Sismograma sintético referente ao modelo com uma dobra sinclinal . . .	p. 56
44	Resultado da migração RTM <i>pre-stack</i> , referente ao modelo de camadas paralelas, utilizando a condição de imagem por tempo de excitação . .	p. 56
45	Resultado da migração RTM <i>pre-stack</i> , referente ao modelo de camadas paralelas, utilizando a condição de imagem por correlação cruzada . . .	p. 57
46	Resultado da migração PSPI <i>pre-stack</i> , referente ao modelo de camadas paralelas . . . . .	p. 57
47	Resultado da migração RTM <i>pre-stack</i> , referente ao modelo com uma falha normal, utilizando a condição de imagem por tempo de excitação	p. 58
48	Resultado da migração RTM <i>pre-stack</i> , referente ao modelo com uma falha normal, utilizando a condição de imagem por correlação cruzada .	p. 58
49	Resultado da migração PSPI <i>pre-stack</i> , referente ao modelo com uma falha normal . . . . .	p. 59
50	Resultado da migração RTM <i>pre-stack</i> , referente ao modelo com uma dobra sinclinal, utilizando a condição de imagem por tempo de excitação	p. 59
51	Resultado da migração RTM <i>pre-stack</i> , referente ao modelo com uma dobra sinclinal, utilizando a condição de imagem por correlação cruzada	p. 60
52	Resultado da migração PSPI <i>pre-stack</i> , referente ao modelo com uma dobra sinclinal . . . . .	p. 60

53	Resultado da migração PSPI <i>pre-stack</i> referente ao modelo com uma falha normal, considerando 3 posições diferentes para a fonte sísmica . .	p. 61
54	Resultado da migração RTM <i>pre-stack</i> por tempo de trânsito referente ao modelo com uma falha normal, considerando 3 posições diferentes para fonte sísmica . . . . .	p. 61
55	<i>Wavelet</i> de 60Hz em tempo e em frequência (Fonte: Bulcão (2004)) . .	p. 67
56	Malha pontal de discretização . . . . .	p. 68
57	Esquema para ondas ascendentes e descendentes . . . . .	p. 71

# 1 *Introdução*

Geofísica é a ciência que estuda indiretamente as propriedades físicas das rochas de sub-superfície, englobando uma série de métodos e ferramentas para tal, onde, dentre esses métodos, a sísmica de reflexão é o único que consegue obter como produto final, uma imagem representativa da sub-superfície com bom alcance de profundidade, evidenciando formações estruturais e estratigráficas da geologia local, além de importantes propriedades elásticas das rochas.

Com isso, no contexto da exploração de hidrocarbonetos (petróleo e gás), o método sísmico de reflexão vem sendo preponderante desde os anos 70 no que diz respeito à determinação de novos reservatórios, o que faz dele, hoje em dia, o método geofísico mais importante economicamente.

Normalmente, funcionamento da sísmica de reflexão, esquematizado na Figura 1, se dá através da emissão de ondas mecânicas geradas por uma fonte sísmica e que, após interagirem com o meio, são registradas na superfície por sensores (Geofones), produzindo o conjunto de dados denominado sismograma (Figura 2 (A)).

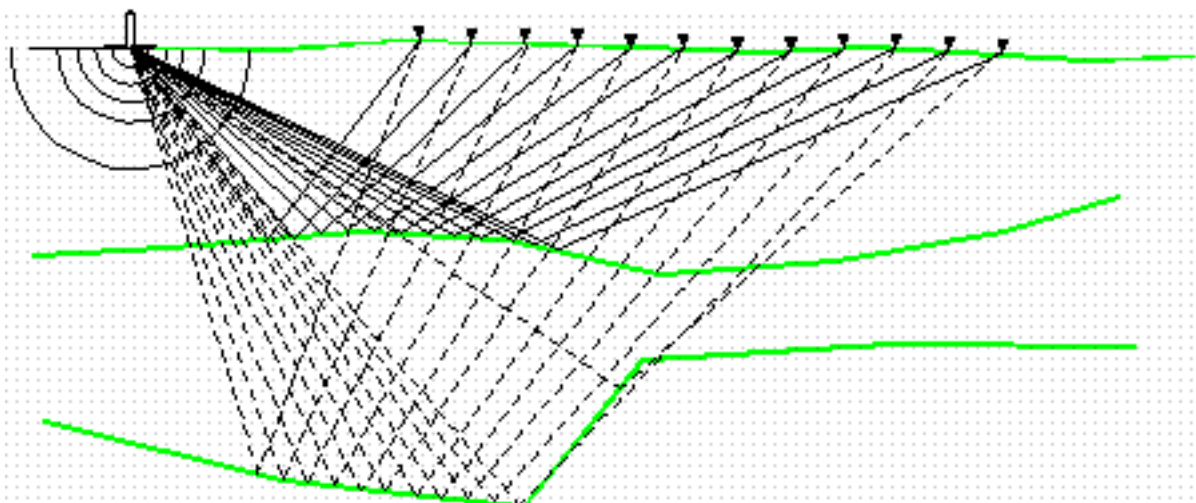


Figura 1: Esquema de aquisição sísmica (Fonte: *eeg-geophysics.com*)



Assim como todos os métodos geofísicos, a sísmica de reflexão consiste em três etapas gerais: aquisição, processamento e interpretação dos dados. Neste trabalho, será abordada apenas a etapa de processamento, que pode ser considerada uma série de técnicas utilizadas para se melhorar a qualidade dos dados brutos, visando um produto final que possa ser interpretado da melhor forma possível.

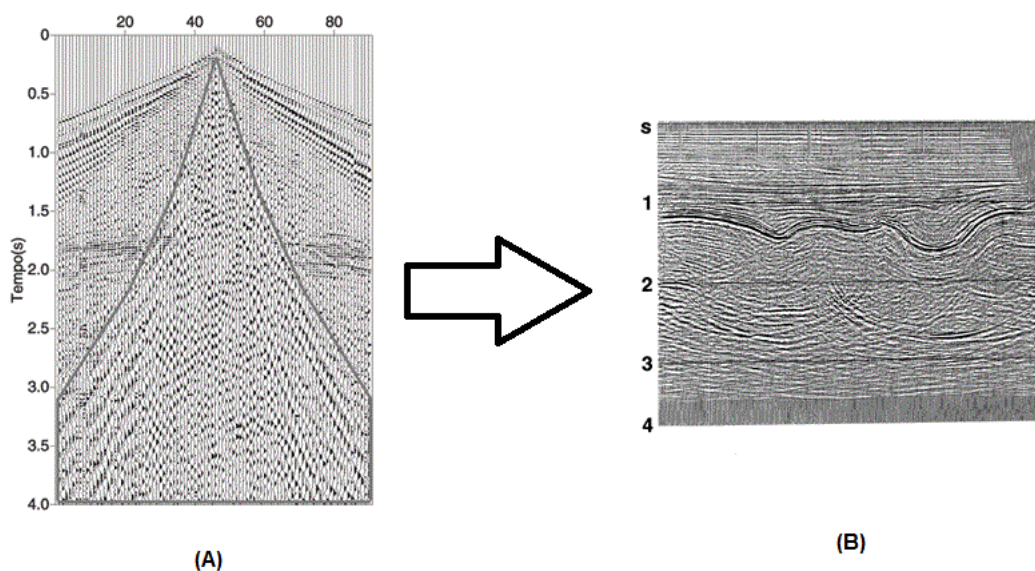


Figura 2: Um sismograma (A) ao lado de uma seção sísmica processada (B) (Fonte: Yilmaz e Doherty (2001))

Nesse contexto, o objetivo principal deste trabalho consiste em uma abordagem comparativa entre dois dos principais métodos de migração mais utilizados atualmente: a migração reversa no tempo (RTM) e a migração por deslocamento de fase no domínio da frequência (PSPI), sendo migração a etapa do processamento sísmico responsável por formar a imagem sísmica final, contendo os eventos de reflexão posicionados da melhor forma possível.

Tais comparações são feitas de duas maneiras diferentes, onde uma representa a revisão geral da literatura relacionada ao tema, e a outra engloba a implementação computacional dos algoritmos de migração RTM e PSPI, ambos em profundidade e pré-empilhamento, utilizando como principais referências Gazdag e Sguazzero (1984), Palermo (2002), Santos (2003) e Bulcão (2004).

Nas últimas décadas, com o intuito de se obter seções sísmicas de alta qualidade, que representem a realidade geológica de sub-superfície da maneira mais fiel possível, houve um grande investimento por parte das indústrias petrolíferas em técnicas de migração, e

os métodos de migração reversa no tempo e por rotação de fase no domínio da frequência vem sendo muito utilizados e aperfeiçoados devido a sua boa eficiência, influenciados também pelo aumento da capacidade de processamento dos computadores.

Portanto, a abordagem temática deste trabalho é de extrema importância tanto em relação a possíveis pesquisas envolvendo os métodos em questão, quanto à escolha do melhor custo benefício ao se migrar uma quantidade de dados sísmicos em uma empresa na qual o tempo de resposta passa a ser um fator preponderante.

No capítulo 2 é apresentada a fundamentação teórica referente ao tema, organizada de modo a abordar separadamente, em seções, as etapas gerais do processamento sísmico, as etapas relacionadas ao processamento pós e pré empilhamento, as relacionadas ao processamento em tempo e em profundidade, sempre focadas na migração sísmica, e, por fim, os métodos de migração reversa no tempo e por rotação de fase no domínio da frequência.

O capítulo 3 sintetiza a metodologia científica utilizada para a geração dos modelos de velocidade, dos dados sísmicos sintéticos e dos resultados finais, os quais são analisados e relacionados entre si no capítulo 4.

Como apêndice, foi reservado um tópico exclusivamente para o tema da modelagem sísmica, abordando também o método numérico de diferenças finitas, servindo como auxílio para um entendimento mais completo do trabalho.

## 2 *Fundamentação teórica*

### 2.1 Processamento sísmico

Como colocado anteriormente, o processamento sísmico constitui uma série de técnicas matemáticas e computacionais que são aplicadas aos dados sísmicos, objetivando gerar um produto final de qualidade.

A base metodológica de tais etapas passou por uma mudança brusca, a partir do momento em que se começou a utilizar o modelo de camadas paralelas como aproximação para a realidade geológica de subsuperfície em algumas considerações técnicas do método sísmico de reflexão, fato que influenciou também os modelos de aquisição sísmica.

Essa aproximação pode parecer grosseira à primeira vista, mas por possibilitar uma série de aplicações práticas nos dados sísmicos, como a análise de velocidades, a correção NMO (*normal move out*) e o empilhamento, proporcionou uma revolução nas técnicas e resultados obtidos com a sísmica, onde, até então, a área geológica investigada era relativamente simples.

Devido ao grande investimento em pesquisas por novas metodologias de processamento sísmico, hoje em dia os *softwares* utilizados para tal compreendem uma gigantesca gama de recursos, onde cada um desses recursos abrange uma vasta bibliografia de estudos.

Assim, como este trabalho tem o foco centrado na etapa de migração dos dados, as outras etapas são descritas, neste capítulo, resumida e secundariamente, de modo que o leitor possa ter uma visão geral dos objetivos e processos envolvidos ao longo do tratamento dos dados sísmicos.

Existem algumas metodologias que podem ser utilizadas ao se realizar o processamento sísmico, constituindo duas principais subdivisões: processamento pré e *pos-stack*, e processamento em tempo e em profundidade.

Nas empresas, a metodologia adotada inicialmente é a do processamento *pos-stack* em

tempo, já que é mais trivial, tendo um custo computacional reduzido, e em casos simples funciona bem. Porém, a metodologia do processamento *pre-stack* em profundidade vem sendo cada vez mais adotada, uma vez que é mais acurada, sendo capaz de obter bons resultados mesmo em casos geológicos bastante complexos, apesar de necessitar de um campo de velocidades intervalares bem próximo do real, o que é bastante complicado de se conseguir na prática.

### 2.1.1 Etapas Gerais

O autor decidiu abordar como etapas gerais do processamento sísmico, descritas a seguir, as etapas que são geralmente aplicadas em qualquer uma das metodologias citadas anteriormente, onde a migração sísmica é apresentada de modo genérico, antes de ser diferenciada nas seções posteriores.

#### 2.1.1.1 Pré-processamento

Esta etapa compreende um tratamento inicial que se faz nos dados, abrangendo a formatação destes, juntamente com a definição da geometria de aquisição e a edição e silenciamento dos sinais muito ruidosos ou indesejados.

#### 2.1.1.2 Correção estática

Aplicam-se nesta etapa, processos que tem o objetivo de corrigir os deslocamentos das informações registradas nos traços sísmicos causados por variações topográficas entre os receptores e por efeitos gerados pelas camadas superficiais de velocidade anormalmente baixas (ZBV - Zona de baixas velocidades) (SANTOS, 2011).

Normalmente esta é uma etapa utilizada em levantamentos terrestres devido à presença de camadas superficiais intemperizadas, embora já venha sendo aplicada em levantamentos marinhos mais recentemente, considerando-se variações de velocidade na lâmina d'água ao longo da profundidade.

#### 2.1.1.3 Silenciamento da onda direta

Nos levantamentos sísmicos, além das ondas refletidas que são as que interessam ao método sísmico de reflexão, são registrados inevitavelmente pelos receptores, as ondas refratadas e a onda direta, a qual viaja horizontalmente da fonte em direção aos geofones,

como mostrado na Figura 3.

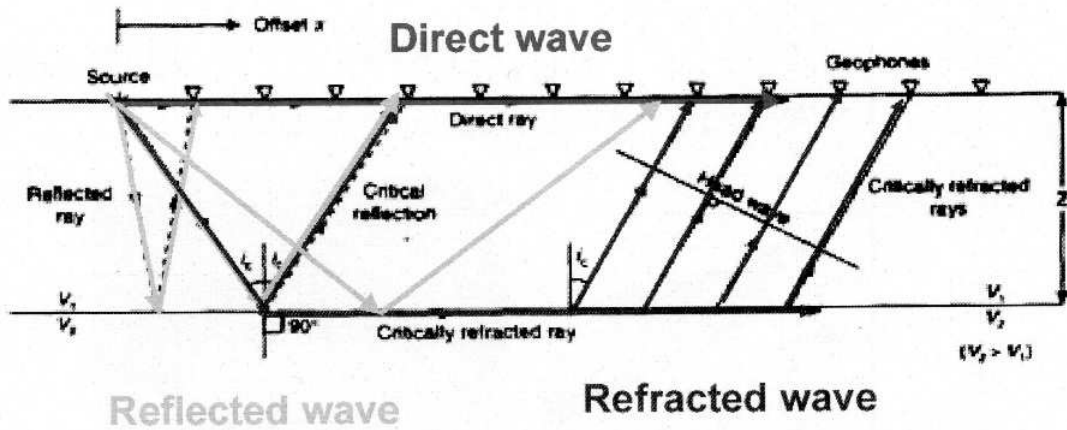


Figura 3: Esquema com ondas refletidas, ondas refratadas e com a onda direta

Ondas refratadas se misturam às refletidas a partir de certo instante no sismograma, e são muito difíceis de serem diferenciadas no domínio do tempo, ao contrário da onda direta que, por ser geralmente a primeira a chegar aos receptores, é de fácil localização e supressão, fato que é o objetivo desta etapa de silenciamento.

É importante lembrar que a partir de certo afastamento dos receptores em relação à fonte sísmica, a primeira onda a chegar na superfície passa a ser a refratada, dificultando a identificação da onda direta nos traços.

#### 2.1.1.4 Deconvolução

No método sísmico de reflexão, assume-se inicialmente que a interação entre a fonte e as camadas de sub-superfície resultando nos traços que são registrados, é dada basicamente pela convolução entre a função matemática referente à perturbação causada pela fonte e a função que representa os coeficientes de reflexão das camadas geológicas. Porém, para tal, não se pode levar em conta as reflexões múltiplas, e considera-se que a Terra funciona como um sistema linear e invariante no tempo, como mostrado no esquema da Figura 4.

Sendo assim, o processo de deconvolução consiste na tentativa de reverter os efeitos da convolução nos traços sísmicos, objetivando recuperar os coeficientes de reflexão referentes ao meio geológico.

Na prática, não se consegue efetuar com perfeição o processo de deconvolução de

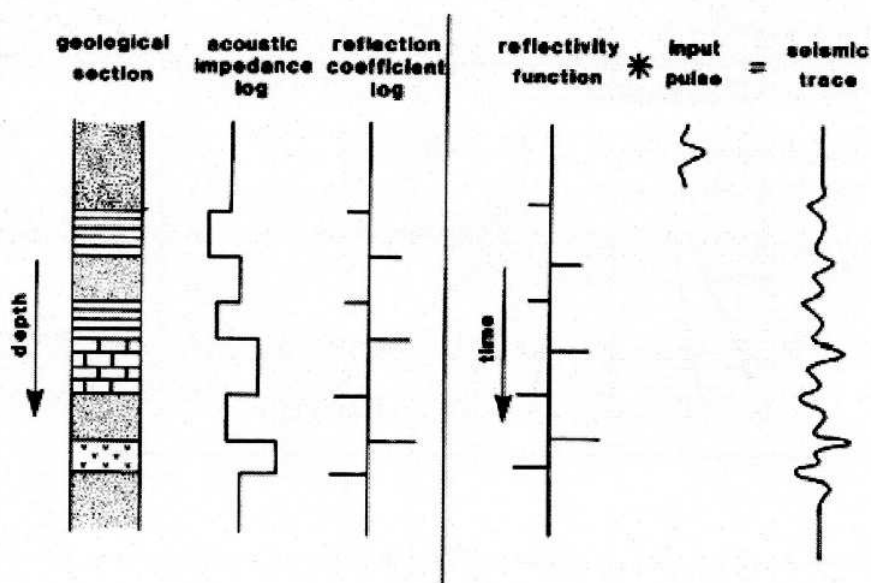


Figura 4: Esquemática do cálculo de um traço sísmico sintético

dados sísmicos reais, mas, por outro lado, a sua aplicação pode acarretar em outros benefícios, como a supressão de reflexões múltiplas, além de melhorar a resolução das seções, evidenciando a recuperação em amplitude de frequências atenuadas parcialmente durante a propagação.

#### 2.1.1.5 Organização em famílias CMP (*Common Mid Point*)

Ao adotar-se o modelo de camadas paralelas como aproximação para a realidade geológica de sub-superfície e considerar que as fontes e os receptores encontram-se a mesma profundidade, pode-se assumir que a reflexão da onda sísmica nas interfaces de camadas com impedância acústica discrepante, ocorre no ponto médio entre a fonte e o receptor em questão, como o mostrado na Figura 5.

Com isso, surge o conceito de CMP que representa o ponto médio em profundidade que é comum para os vários raios de onda que o atingem, exemplificado na Figura 6.

Portanto, a etapa de organização em famílias CMP consiste em unir em um único sismograma, como o da Figura 7, os traços que atingiram um mesmo ponto médio comum.

#### 2.1.1.6 Análise de velocidades

Os traços de um sismograma no domínio CMP representam as reflexões referentes a um mesmo ponto médio horizontal, e, portanto, diferem entre si apenas por deslocamentos

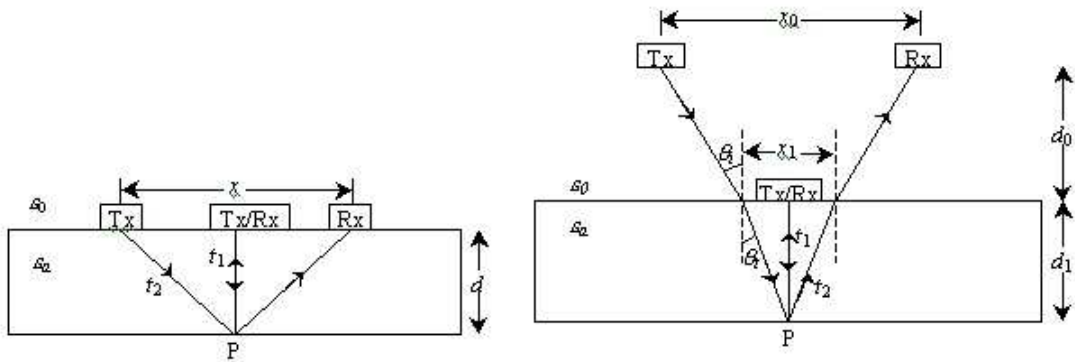


Figura 5: Reflexão da onda no ponto médio entre a fonte e o receptor

**Tiros(s) e Geofones com Ponto em Profundidade Comum (CDP=CMP)**

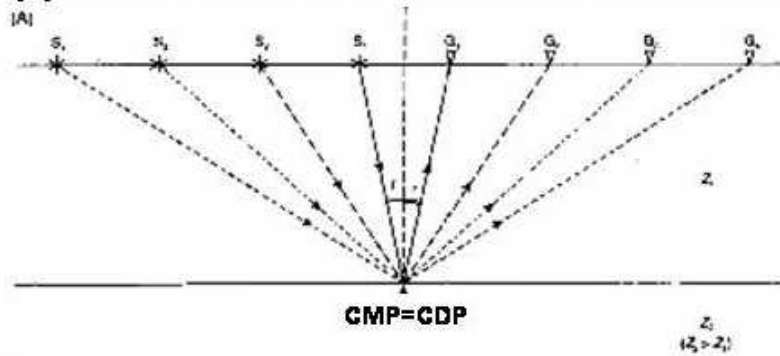


Figura 6: Vários raios de onda atingindo um mesmo ponto médio comum

de tempo gerados pelos diferentes afastamentos entre fonte e receptor, como o exemplo da Figura 8.

Ao comportamento desses deslocamentos de tempo entre os traços, se atribui o nome de tempo normal de afastamento (NMO - *normal move out*), sendo ele definido matematicamente como uma hipérbole (Equação 2.1:  $\Delta t$  é a variação de tempo,  $x$  é o afastamento,  $t_0$  é o tempo de afastamento nulo e  $v$  a velocidade de propagação da onda no meio).

$$\Delta t = \frac{x^2}{2t_0v^2} \tag{2.1}$$

Com isso, a análise de velocidades é a etapa na qual se encontram as velocidades que melhor corrigem o efeito de NMO através de um estudo de *semblance*, obtendo como resultado uma primeira aproximação para as velocidades reais de sub-superfície, constituindo

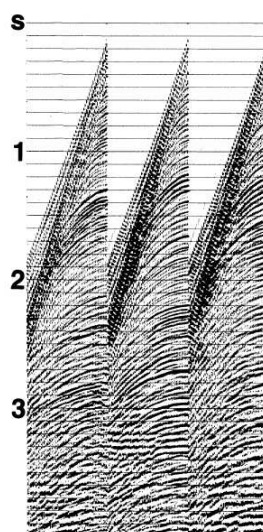


Figura 7: Um sismograma no domínio CMP (Fonte: Yilmaz e Doherty (2001))

o modelo de velocidades médias quadráticas (RMS).

É importante frisar que o modelo RMS não tem uma correspondência direta com as estruturas geológicas reais, sendo, para cada camada de subsuperfície, uma média quadrática entre as velocidades das camadas de cima e dela mesma.

#### 2.1.1.7 Migração de dados sísmicos

A migração sísmica geralmente corresponde à última etapa do processamento sísmico convencional, sendo nela gerada uma imagem final dos dados sísmicos tratados.

Como comentado anteriormente, o objetivo final do processamento de dados sísmicos é a obtenção de uma imagem que represente da maneira mais fiel possível a realidade geológica de sub-superfície.

Para tal, as amplitudes que compõem os traços sísmicos devem representar apenas os eventos de reflexão ocorridos estritamente abaixo de cada receptor, o que seria pertinente se as camadas geológicas fossem sempre plano-paralelas, considerando traços onde a posição da fonte coincide com a do receptor.

Porém, devido à enorme complexidade dos eventos de reflexão que ocorrem durante a propagação das ondas sísmicas em um levantamento real, como difrações e reflexões inclinadas, sabe-se que os sinais sísmicos que chegam a cada geofone podem ser provenientes de qualquer direção, necessitando-se, portanto, de uma etapa específica para a correção desses efeitos.



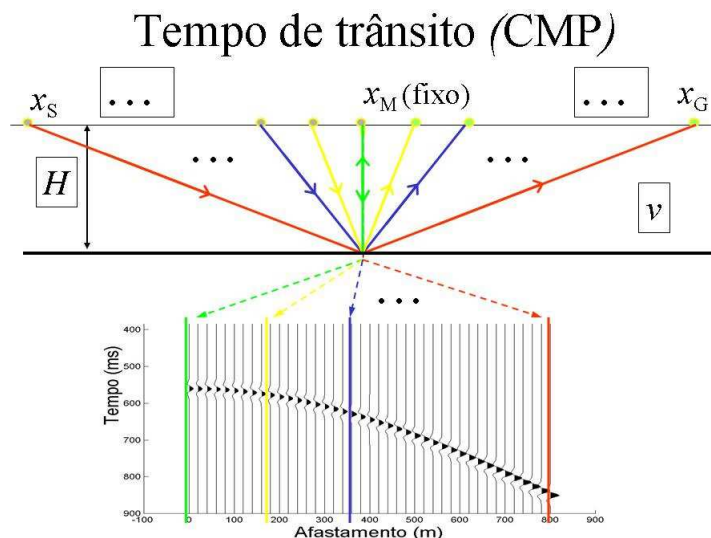


Figura 8: Traços de um sismograma CMP relacionados a raios de onda com trajetórias distintas

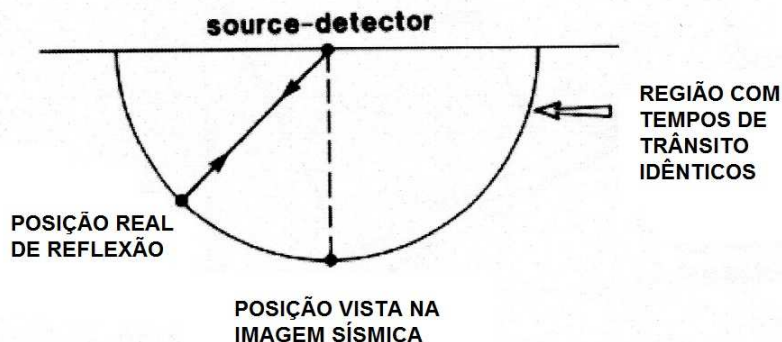


Figura 9: Círculo com os possíveis locais de reflexão (Fonte: (KEAREY; HILL, 2009))

Sendo assim, a migração é definida como a etapa de reconstrução das seções sísmicas, na qual é formada uma imagem contendo os refletores em suas corretas localizações, além de colapsar os efeitos da difração e focalizar a energia espalhada sobre a zona de Fresnel, melhorando assim a resolução horizontal dos dados ((BULCÃO, 2004) e (SANTOS, 2011)).

As primeiras técnicas de migração, na época, efetuadas manualmente pelo traçado de frentes de onda circulares, exemplificado pela Figura 9, não ofereciam grandes melhorias aos dados, porém, rapidamente desenvolveram-se novos métodos, como o *dip-move-out* (DMO) e o Kirkchoff, onde atualmente as principais metodologias baseiam-se em desfazer os efeitos da propagação das ondas através da resolução da equação da onda.

Como abordado em Bulcão (2004), a migração sísmica pode então ser entendida como

o processo inverso ao de modelagem, onde, de forma abstrata, os seus pontos de partida e chegada (modelo geológico e sismograma) são contrários, de acordo com o esquema da Figura 10.

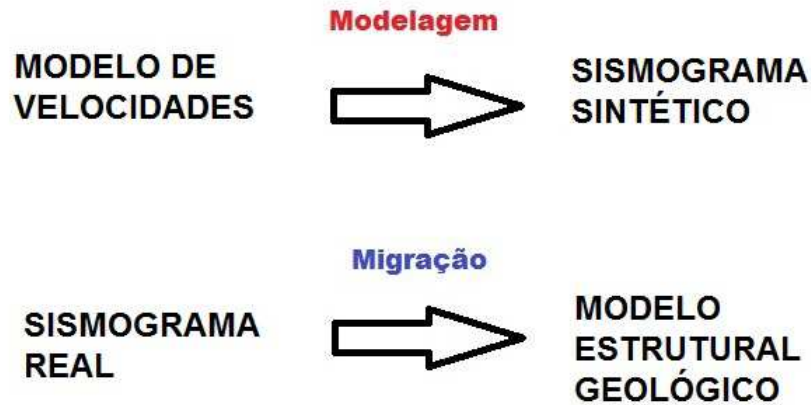


Figura 10: Esquema de migração e modelagem em relação aos seus objetivos

Tais técnicas baseadas na equação da onda partem do princípio de que, a partir do campo de onda registrado na superfície é possível se calcular os campos de ondas anteriores, realizando-se uma continuação descendente de frentes de onda (*Downward continuation*) ou uma depropagação do campo de ondas no sentido inverso do eixo temporal, gerando por fim um cubo de informações.

Portanto, os efeitos da propagação são gradativamente desfeitos na medida em que geram-se os campos extrapolados, assim como mostra a Figura 11, onde, para a formação final da imagem migrada, considera-se que um refletor qualquer está em sua correta posição quando o campo já foi reconstruído até o momento exato em que ocorre a reflexão correspondente.

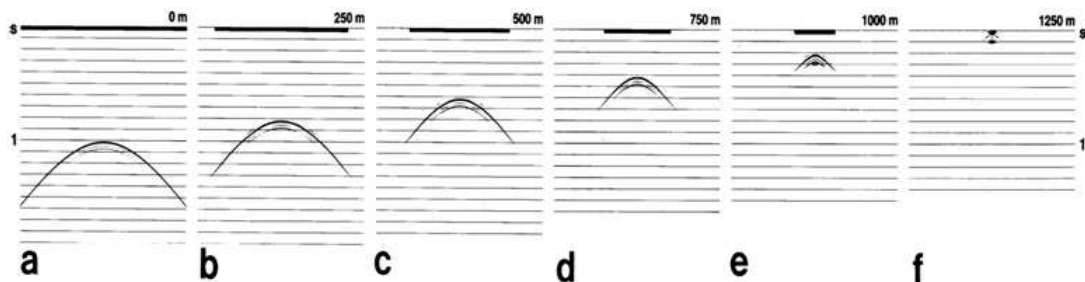


Figura 11: Esquema de continuação descendente de frente de onda (Fonte: Yilmaz e Doherty (2001))

Devido a utilização da equação da onda como base para a realização das extrapolações de campo de onda, é necessária a definição de um modelo de velocidades suficientemente acurado para ser usado como parâmetro no método.

Tal fato evidencia que a eficiência desse tipo de migração depende muito da qualidade das velocidades estipuladas para o modelo de referência, no que diz respeito a sua semelhança com a realidade.

Erros na determinação das velocidades causam sub ou super-migração dos dados, geradas pela utilização de velocidades abaixo e acima da realidade, respectivamente.

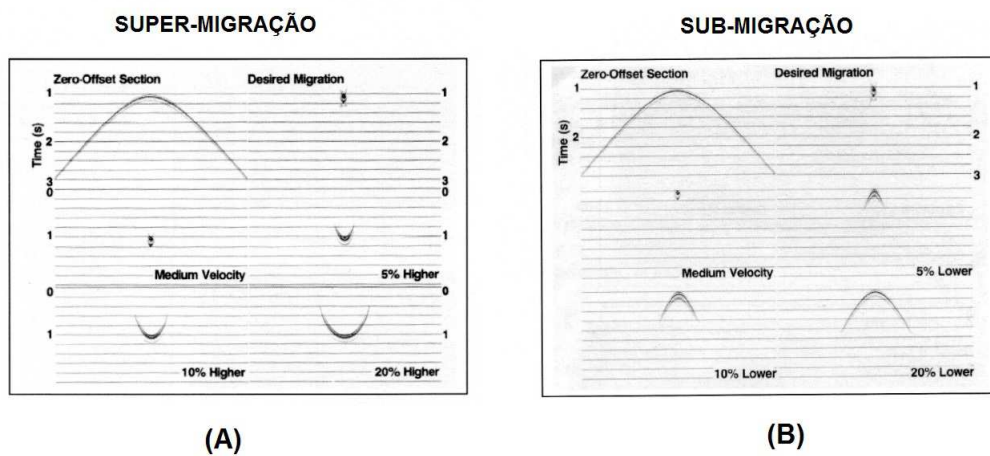


Figura 12: Ilustrações para sub-migração e super-migração (Fonte: (YILMAZ; DOHERTY, 2001))

As seções sub-migradas (Figura 12 (B)) apresentam difrações não totalmente colapsadas e as super-migradas (Figura 12 (A)) são marcadas pela presença de hipérbolos de difração invertidas.

Outro fator importante para a obtenção de bons resultados com a migração é o conhecimento de informações distribuídas espacialmente, ou seja, dados sísmicos 3D. Embora envolva um custo computacional maior, devido a maior quantidade de dados, a realização de uma migração 3D resulta em um melhor reposicionamento dos refletores, já que considera as possibilidades reais de chegada das ondas, como pode ser visto na Figura 13.

## 2.1.2 Processamento pós-empilhamento

A metodologia de processamento pós-empilhamento tem como objetivo realizar, após a aplicação das etapas de tratamento básico nos dados, a etapa de empilhamento, com

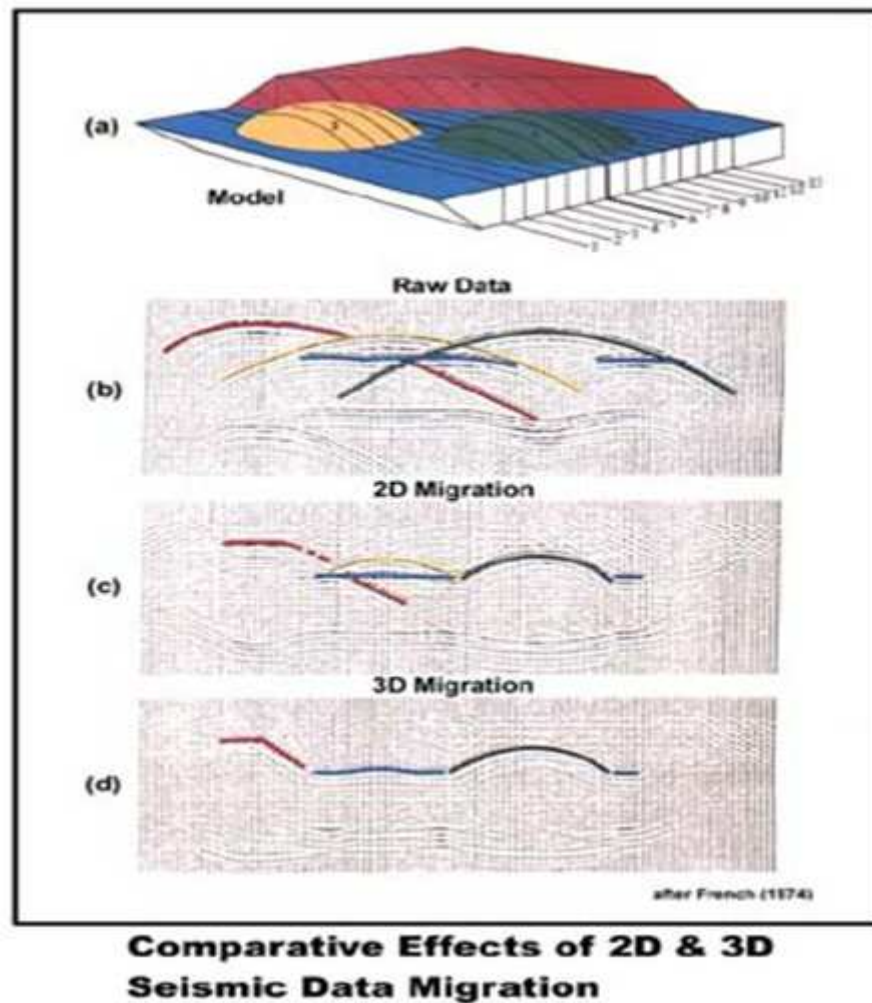


Figura 13: Figura esquemática mostrando em (a) um modelo geológico, em (b) o sismograma referente para tal modelo geológico, e em (c) e (d) os resultados obtidos respectivamente com a migração  $2D$  e  $3D$ , mostrando que a migração  $3D$  consegue reposicionar corretamente os eventos sísmicos, enquanto que a migração  $2D$  apresenta limitações)

o objetivo de gerar uma seção cuja todos os traços são referentes a posições coincidentes entre fonte e receptor, deixando a migração e outras etapas mais custosas computacionalmente para serem efetuadas posteriormente.

Assim, como o empilhamento resulta em uma única seção sísmica, as etapas seguintes são aplicadas somente a esta seção empilhada resultante, correspondendo a uma enorme economia computacional, apesar da perda de informações referentes à geometria original de aquisição, como descrito a seguir.

É preciso lembrar que o procedimento descrito nesta seção corresponde também a um processamento em tempo, sendo o processamento em profundidade descrito posteriormente.

### 2.1.2.1 Correção NMO (*Normal Move Out*)

Denomina-se traço de afastamento nulo (*zero-offset*), o traço sísmico cuja fonte e receptor se localizam no mesmo ponto, ou seja, considerando-se um modelo de camadas paralelas, as reflexões gravadas pelo receptor em questão são todas normais à superfície.

Sendo assim, utilizando as velocidades calculadas durante a análise de velocidades, a correção de NMO consiste em transformar todos os traços de uma família CMP em traços de afastamento nulo referentes à posição da fonte, corrigindo seus deslocamentos temporais.

### 2.1.2.2 Correção do estiramento

Ao se aplicar a correção NMO em um conjunto de dados sísmicos, pelo fato dela ser dinâmica e corrigir partes de um mesmo traço com velocidades diferentes, os resultados obtidos apresentam estiramentos que alongam ou encurtam os traços, como mostrado na Figura 14, sendo estes mais intensos para os traços de maior afastamento.

Portanto, a etapa de correção do estiramento deve ser aplicada logo após a correção NMO, para que os traços mantenham suas características originais, no que se diz respeito ao comprimento de onda dos eventos sísmicos registrados.

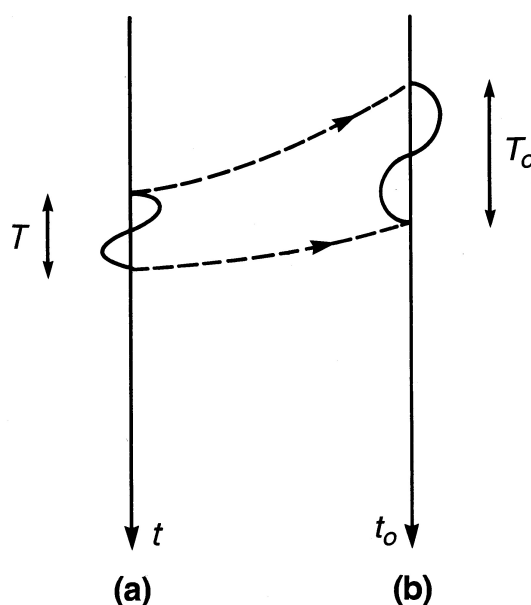


Figura 14: Visualização do efeito de estiramento do traço devido à correção NMO

### 2.1.2.3 Empilhamento (*Stack*)

Sabe-se da estatística básica, que um conjunto de números aleatórios apresenta uma distribuição de frequências normal, descrita matematicamente por uma função gaussiana cuja média é zero.

Baseado neste fato e com o intuito de se melhorar a relação sinal ruído dos traços sísmicos, desenvolveu-se a técnica de empilhamento, que consiste em somar todos os traços de uma família CMP, obviamente após a correção NMO, criando-se uma interferência construtiva para o sinal, referente às reflexões, e destrutiva para o ruído não coerente, eliminando grande parte dos ruídos aleatórios, como no esquema da Figura 15.

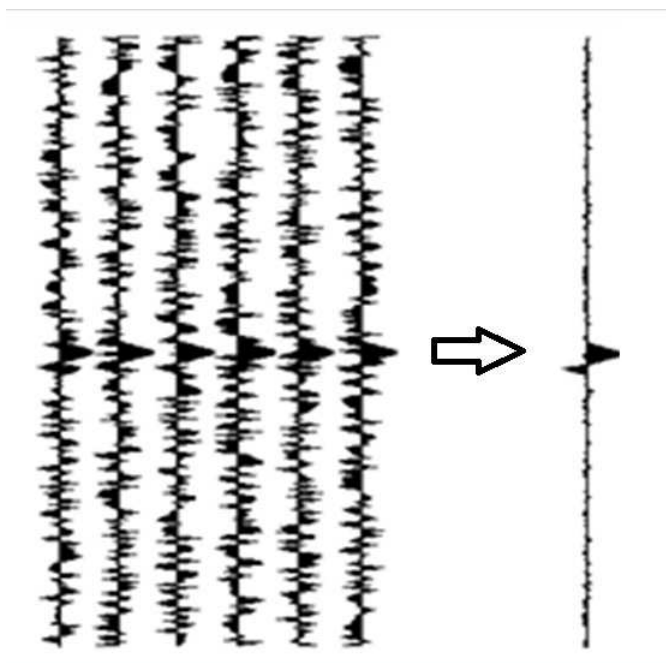


Figura 15: Empilhamento de traços

Os resultados gerados na etapa de empilhamento são, portanto, um traço sísmico para cada CMP, representando uma significativa melhora na relação sinal/ruído dos dados e uma diminuição da quantidade destes.

Vale frisar que após a sua execução é considerada apenas a seção empilhada, na qual todos os traços são aproximadamente de afastamento nulo (*zero-offset*), deixando de lado a geometria original de aquisição.

#### 2.1.2.4 Migração pós-empilhamento

Levando-se em conta os aspectos gerais da migração sísmica descritos na seção 2.1.1.7, para a migração pós-empilhamento, como na seção empilhada os traços são todos de *zero-offset*, considera-se para todos eles que a depropagação já foi toda feita até certo refletor, simplesmente se o campo de ondas foi reconstruído até a metade do tempo registrado durante a aquisição, sendo este o tempo duplo de afastamento nulo (ida e volta da onda com raio normal a superfície).

Assim, através do processo de extrapolação descendente iterativa do campo de ondas que compõem a seção empilhada, a imagem migrada é reconstruída guardando-se as amplitudes no instante de  $t = 0$ , para cada etapa da extrapolação. Na realização de tais extrapolações, utilizam-se os valores de velocidade pela metade, assumindo-se o modelo de refletores explosivos para a seção empilhada (BULCÃO, 2004).

A Figura 16 mostra um fluxograma padrão correspondente a uma metodologia de processamento pós-empilhamento em tempo de dados sísmicos, considerando-se apenas as etapas descritas neste trabalho.

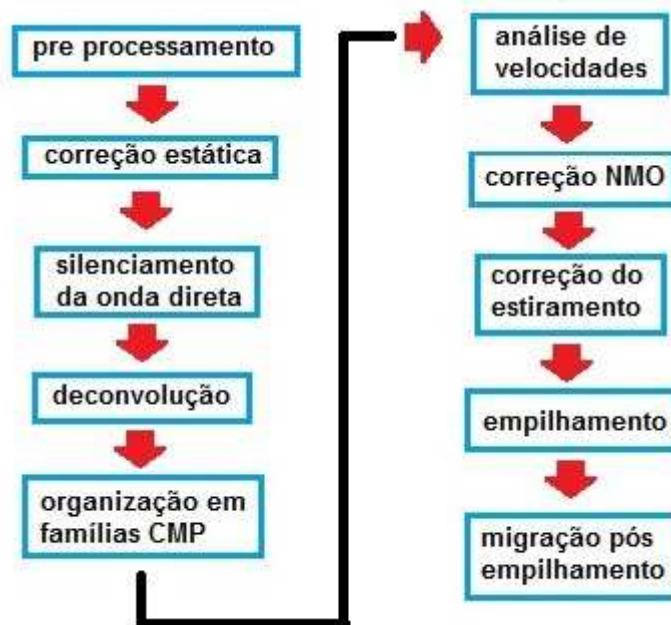


Figura 16: Fluxograma de processamento pós-empilhamento em tempo

### 2.1.3 Processamento pré-empilhamento

Correspondendo a um procedimento menos convencional na indústria petrolífera, a metodologia de processamento pré-empilhamento objetiva tratar os dados sísmicos ainda no domínio do tiro, ao invés de CMP, considerando a geometria real de aquisição, e conseguindo assim obter resultados mais condizentes com a realidade, apesar de ter um custo computacional mais elevado.

Assim, sem realizar as etapas descritas na seção de processamento *pos-stack*, como a correção NMO e o próprio empilhamento, após a aplicação das etapas de tratamento básico dos dados, aplica-se diretamente a migração sísmica *pre-stack* a todas as seções no domínio do tiro, as quais, por fim, são somadas para gerar a imagem sísmica final.

Novamente é preciso chamar atenção para o fato de que a metodologia descrita nesta seção é também de processamento em tempo, sendo a metodologia de processamento em profundidade descrita posteriormente.

A Figura 17 apresenta um fluxograma de processamento sísmico pré-empilhamento em tempo, sendo a etapa de migração *pre-stack* descrita a seguir.

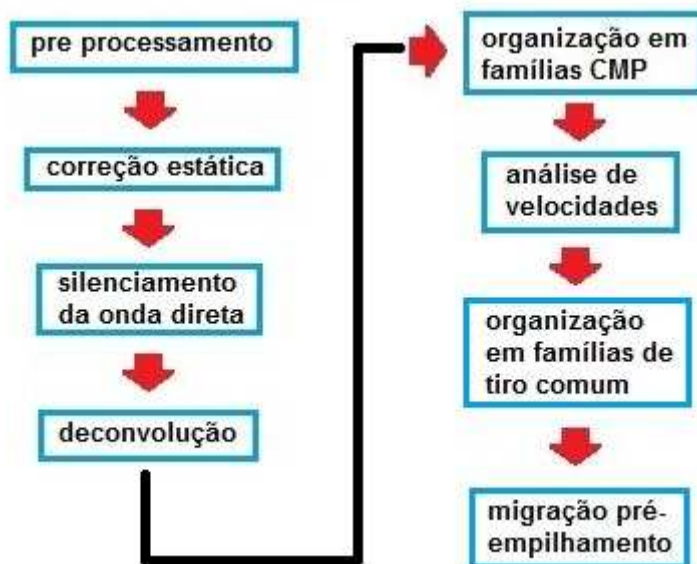


Figura 17: Fluxograma de processamento pré-empilhamento em tempo



### 2.1.3.1 Migração pré-empilhamento

Na migração *pre-stack*, é necessário o processamento das várias seções sísmicas geralmente no domínio do tiro, como colocado anteriormente, considerando-se as posições reais de fonte e receptor, onde por fim realiza-se a soma (empilhamento) dos traços referentes ao mesmo local, para melhorar a relação de sinal-ruído.

Por considerar a geometria original da aquisição dos dados, a migração pré-empilhamento realiza o NMO automaticamente, onde observa-se, para migrações de seções sísmicas individuais, um efeito de borda gerado pela limitação de iluminação das estruturas de subsuperfície a cada momento de aplicação da fonte sísmica, dada por um determinado ângulo. Este efeito é suprimido através da soma das diversas seções migradas.

Neste tipo de migração, para a geração da seção sísmica final é necessária a aplicação de uma condição de imagem que considera o tempo de trânsito das ondas propagadas e depropagadas, onde somam-se apenas as amplitudes nos locais reais de reflexão (BULCÃO, 2004).

Os algoritmos de migração *pre-stack* devem incluir então, além da depropagação, a propagação das ondas para que seja possível se calcular o tempo de trânsito necessário na aplicação da condição de imagem. Para tal, existem alguns critérios de avaliação, como o da amplitude máxima e o proposto por Bulcão (2004), que inclui a condição de proximidade com a primeira passagem de onda, sendo de maior eficácia

Vale lembrar que o cálculo do tempo de trânsito se faz necessário apenas para a aplicação da condição de imagem por tempo de excitação, ao contrário que a da por correlação cruzada que realiza a correlação de *lag* zero (em fase) entre os campos de onda propagados e depropagados, como descrito mais detalhadamente em Bulcão (2004).

Ao contrário da migração *pos-stack*, na migração *pre-stack* considera-se efetivamente que as chegadas de onda em cada geofone podem ser provenientes de qualquer direção, sendo devido a este fato a necessidade de aplicação da condição de imagem para a formação da seção migrada, a qual, de acordo com Claerbout (1986), indica que um refletor está em sua correta localização quando o tempo de trânsito da onda propagada coincide com o da onda depropagada, assim como no esquema da Figura 18.

A diferença entre as duas técnicas de condição de imagem citadas aqui, consiste apenas na fórmula usada para a formação da imagem, levando-se em conta os tempo de propagação e depropagação.

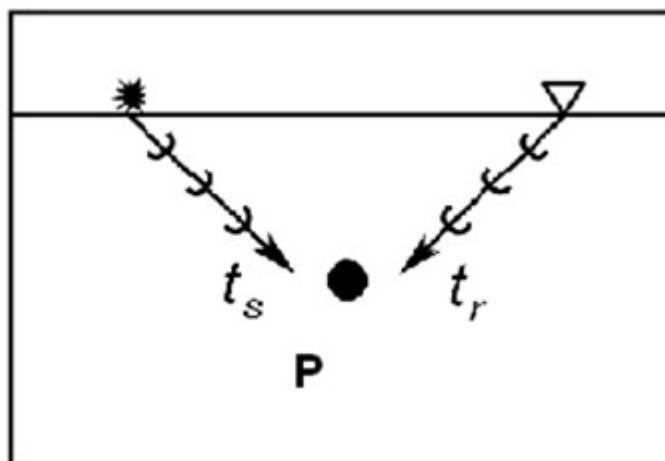


Figura 18: Coincidência entre os tempos de propagação ( $T_s$ ) e depropagação ( $T_r$ ) na condição de imagem (Fonte: (BULCÃO, 2004))

Sendo assim, apesar de muito onerosa computacionalmente, a migração *pre-stack* é muito mais eficaz, sendo utilizada, na prática, principalmente nos casos em que há necessidade de otimização dos detalhes do posicionamento dos refletores, em casos geológicos complexos como, por exemplo, o do pré-sal.

#### 2.1.4 Processamento em tempo

O objetivo da metodologia de processamento sísmico em tempo é uma imagem final cuja a escala vertical é o tempo, onde, para tal, utiliza-se o modelo de velocidades RMS para a aplicação da etapa de migração dos dados.

Apesar de em diversas situações oferecer bons resultados, uma imagem sísmica em tempo dificulta a interpretação das estruturas de subsuperfície, já que não tem uma correspondência direta com a realidade geológica em profundidade.

##### 2.1.4.1 Migração em tempo

A migração em tempo, resultando em uma seção sísmica cuja escala vertical é em segundos, apenas realiza a focalização da energia espalhada e colapsa as hipérbolas (BULCÃO, 2004), tendo boa eficiência somente em locais de geologia simples, sem muitas variações laterais de velocidade (SANTOS, 2011).

Como complementar à migração em tempo, objetivando reposicionar os refletores corretamente (BULCÃO, 2004), existem os algoritmos de conversão tempo-profundidade,

que utilizam como parâmetro o campo de velocidades intervalares, porém, os resultados obtidos ainda assim são inferiores aos da migração em profundidade.

## 2.1.5 Processamento em profundidade

Objetivando gerar como resultado uma imagem sísmica cuja escala vertical seja em metros, representando os eventos sísmicos de forma a poder relacioná-los diretamente com as estruturas estratigráficas e estruturais da geologia real, a metodologia de processamento em profundidade realiza primeiramente um tratamento ao modelo de velocidades RMS, como descrito a seguir, de forma que a migração possa posicionar os refletores em suas corretas localizações em profundidade.

### 2.1.5.1 Cálculo de velocidades intervalares

A partir do conhecimento de um modelo de velocidades RMS e de dados de interpretação referentes ao mapeamento dos principais refletores sísmicos, pode-se efetuar o cálculo aproximado do modelo de velocidades intervalares através da equação de Dix (YILMAZ; DOHERTY, 2001), de forma a representar uma tentativa de obter as velocidades reais de subsuperfície.

Sendo assim, a qualidade do modelo de velocidades intervalares calculado depende diretamente da qualidade dos dados de interpretação, sendo também possível utilizar dados de poços, quando disponíveis.

### 2.1.5.2 Suavização do modelo de velocidades

Para que não ocorram efeitos indesejados durante a migração sísmica em profundidade, como reflexões nos campos depropagados, e durante o cálculo do tempo de trânsito, como a propagação de *head-waves* (ondas refratadas), se faz necessária a suavização do campo de velocidades intervalares, diminuindo as variações de velocidade ao longo do modelo.

Este procedimento é feito geralmente através da aplicação de um filtro de média móvel em cada direção do modelo de vagarosidade (inverso do modelo de velocidades), já que a aplicação direta de tal filtro no modelo de velocidades causa efeitos indesejados no cálculo do tempo de trânsito utilizado para a migração pré-empilhamento (FARIA, 1986).

### 2.1.5.3 Migração em profundidade

A migração em profundidade além de focalizar a energia, como na migração em tempo, reposiciona os refletores em suas corretas localizações, realizando a conversão da escala vertical de tempo ( $s$ ) para profundidade ( $m$ ) através do conhecimento do modelo de velocidades intervalares.

Esta, apesar de ter um custo computacional superior e necessitar do cálculo de velocidades intervalares, apresenta melhor eficácia do que a migração em tempo, possibilitando a utilização de modelos geológicos mais complexos.

A Figura 19 mostra um fluxograma referente a metodologia de processamento sísmico pré-empilhamento em profundidade.

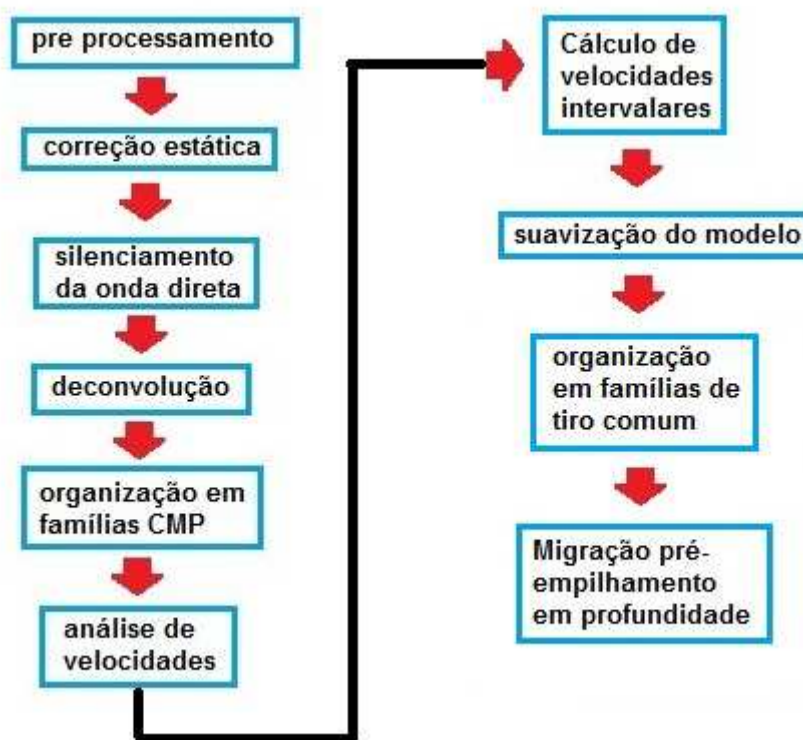


Figura 19: Fluxograma pré-empilhamento em profundidade

## 2.2 Migração RTM e PSPI

Nesta seção são descritos os dois métodos de migração sísmica utilizados neste trabalho para a geração dos resultados práticos através da implementação computacional dos seus

respectivos algoritmos.

### 2.2.1 Migração reversa no tempo por diferenças finitas

A migração reversa no tempo consiste em propagar o campo de ondas registrado, o sismograma, de volta no tempo, onde este passa a ser a fonte utilizada.

Com isso, os receptores, em seus devidos locais, passam a funcionar como fontes pontuais de ondas, onde injetam-se a cada iteração de tempo os valores da linha correspondente do sismograma, levando-se em consideração as posições referentes a cada geofone.

A ordem de aplicação de tais linhas vai da última, correspondendo às ondas que mais demoraram a ser registradas e, portanto, precisam ser depropagadas por mais tempo, até a primeira, que é a que menos precisa ser reconstruída de volta no tempo. A Figura 20 exemplifica este procedimento, ilustrando a reconstrução do campo de ondas propagado de acordo com o princípio de Huygens.

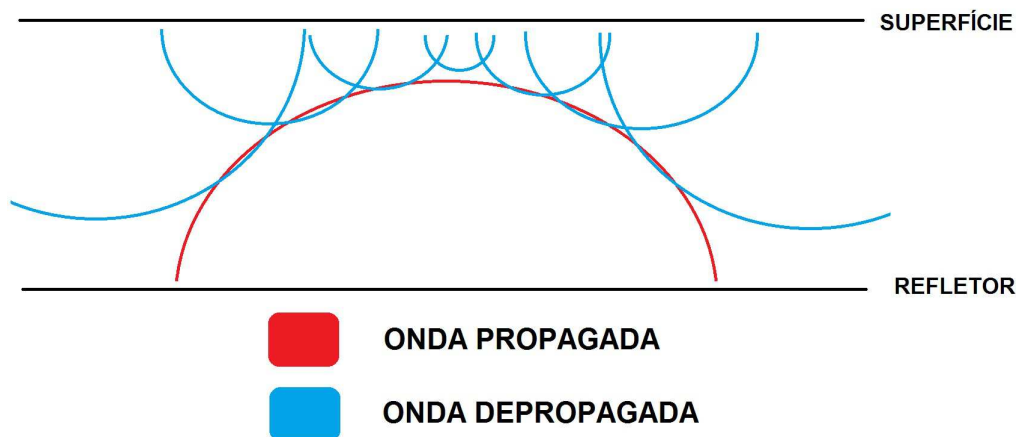


Figura 20: Esquema referente à depropagação de ondas na migração RTM, mostrando a reconstrução da frente de onda propagada (em vermelho) através da depropagação do sismograma como várias fontes pontuais (em azul)

Sendo assim, ao final do processo de depropagação, todas as amplitudes do sismograma referentes a certo tempo na escala vertical, já foram reconstruídas até o instante  $t = 0$ , já que cada uma foi depropagada durante o tempo exato em que demorou a ser registrada pelos receptores.

Para a efetuação dos cálculos utiliza-se a solução aproximada da equação da onda pelo método das diferenças finitas, assim como no processo de modelagem descrito no Apêndice A. Portanto, os algoritmos de modelagem e migração RTM são muito parecidos, com

exceção da necessidade de aplicação de uma condição de imagem na migração *pre-stack* (BULCÃO, 2004).

Já na migração RTM *pos-stack*, a imagem migrada é obtida diretamente do campo depropagado, onde, como explicado anteriormente, utiliza-se um modelo de velocidade com valores pela metade, considerando que um refletor foi corretamente reconstruído se o campo de ondas foi depropagado até metade do tempo de chegada das ondas.

Vale lembrar que por ser implementada pelo método das diferenças finitas, a migração RTM está sujeita aos erros de discretização e truncamento descritos no apêndice, valendo portanto as mesmas condições de estabilidade e dispersão numérica impostas para a modelagem.

### 2.2.2 Migração por deslocamento de fase (*phase-shift*)

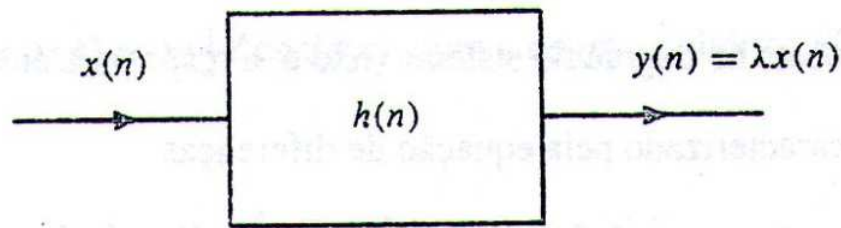
A migração por deslocamento de fase (*phase-shift*) é um método efetuado no domínio da frequência, no qual aplicam-se transformações de Fourier iterativamente de ida e volta para que sejam calculados os campos de onda extrapolados. Portanto, antes de descrever o método em si, esta seção apresenta, a seguir, uma revisão sobre a transformada de Fourier e suas propriedades.

A transformada de Fourier consiste em decompor uma função qualquer através da projeção desta em bases exponenciais complexas, fazendo com que uma função original em tempo seja representada em outro domínio, chamado de frequência (Equação 2.2:  $F$  é a função transformada,  $f$  é a função original,  $\omega$  é a frequência e  $t$  o tempo).

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t).e^{-i\omega t}.dt \quad (2.2)$$

Sua formulação foi feita com base no fato de que as funções exponenciais complexas são os auto-vetores da transformação linear de convolução, a qual por sua vez representa a operação de relação entre a entrada e saída de qualquer sistema linear e invariante no tempo.

Sendo assim, a transformação de Fourier faz com que a operação de convolução passe a ser, no domínio da frequência, uma operação de multiplicação onde a saída sofre apenas uma alteração de intensidade (módulo) regida pelo elemento de autovalor (transformada do sistema), como mostra a Figura 21, servindo como aplicação prática em diversas áreas da ciência, em especial no processamento digital de sinais.



$$x(n) = e^{jn\omega} \quad -\infty < n < \infty$$

Figura 21: Sistema linear e invariante no tempo (Fonte: Hayes (2006))

Além de servir como facilitador de convoluções, a transformada de Fourier, caso particular da transformada de Laplace, tem diversas outras aplicações, como na resolução de equações diferenciais, devido a certas propriedades que possibilitam a efetuação de diversas operações de uma maneira diferente e muitas vezes mais simples, onde as principais propriedades são: periodicidade, simetria, linearidade, deslocamento, inversão no tempo, modulação, Teorema da convolução, derivação e Teorema de Parseval.

A propriedade importante neste trabalho, aplicada para a efetuação da migração *phase-shift* é a do deslocamento, que, posteriormente relacionada com a resolução da equação da onda, mostra que pode-se efetuar um deslocamento na função original através da multiplicação da sua transformada por uma função exponencial, como no exemplo da Figura 22.

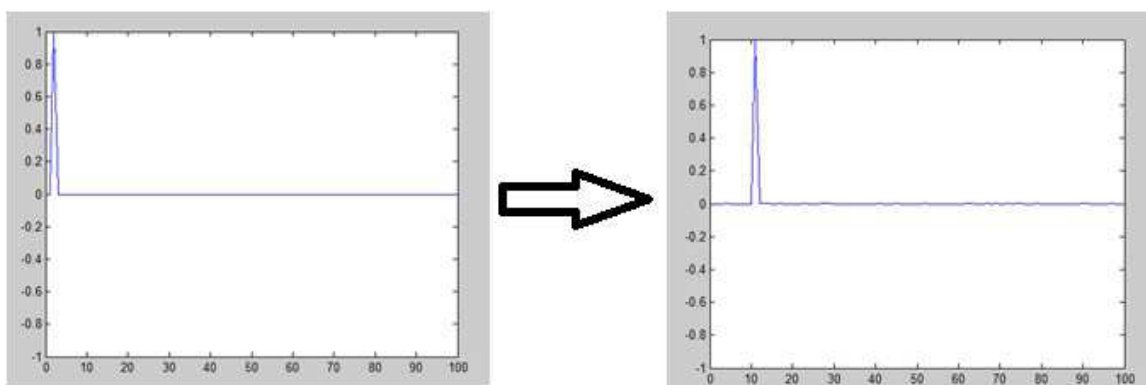


Figura 22: Deslocamento de fase em 10 unidades da função impulso unitário gerado no domínio da frequência através do MatLab, onde o eixo horizontal representa a variável espacial (posição) e o eixo vertical a amplitude

Na prática, utiliza-se a transformada de Fourier para o tratamento de sinais discretos, onde esta passa a ser implementada computacionalmente como um somatório em vez de uma integral, sendo renomeada como transformada discreta de Fourier (Equação 2.3).

$$F(k) = \frac{1}{L} \cdot \sum_{n=0}^{L-1} f(n) \cdot e^{\frac{2\pi i n k}{L}} \quad (2.3)$$

O tempo de processamento gasto na implementação direta de tal somatório torna-se muito elevado para uma grande quantidade de amostras, já que sua complexidade é  $O(n^2)$ , e, devido a isto, foi apenas após o desenvolvimento da transformada rápida de Fourier (FFT) que tal ferramenta passou a ser utilizada em grande escala.

A técnica de implementação da FFT, possibilita o cálculo da transformada discreta de Fourier através de uma complexidade temporal  $O(n \log n)$ , oferecendo, portanto, enorme economia computacional. Baseada no método de divisão e conquista, esta técnica consiste em um algoritmo recursivo que divide a transformada total em outras menores, como no esquema da Figura 23.

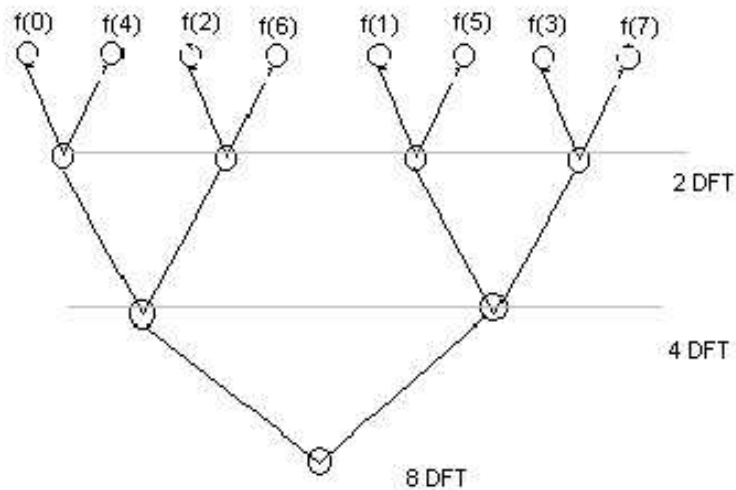


Figura 23: Esquema de cálculo da Transformada Rápida de Fourier

A migração por rotação de fase no domínio da frequência é mais um método de continuação descendente de frente de onda, utilizando para tal a solução analítica da equação da onda, através da análise desta por transformadas de Fourier. Sendo assim, ao contrário do método das diferenças finitas, o método *phase-shift* é incondicionalmente estável (GAZDAG; SGUAZZERO, 1984) já que não é baseado em soluções numéricas.



Seu procedimento consiste em extrapolar o sismograma registrado iterativamente para profundidades diferentes, como se os receptores estivessem descendo em direção à sub-superfície, como no esquema da Figura 24. Ou seja, a cada iteração é construído um novo sismograma contendo o campo de ondas que seria registrado se os receptores estivessem nessa nova posição de profundidade, gerando por fim um cubo de informações através do qual é produzida a imagem migrada final, como mostra a Figura 25.

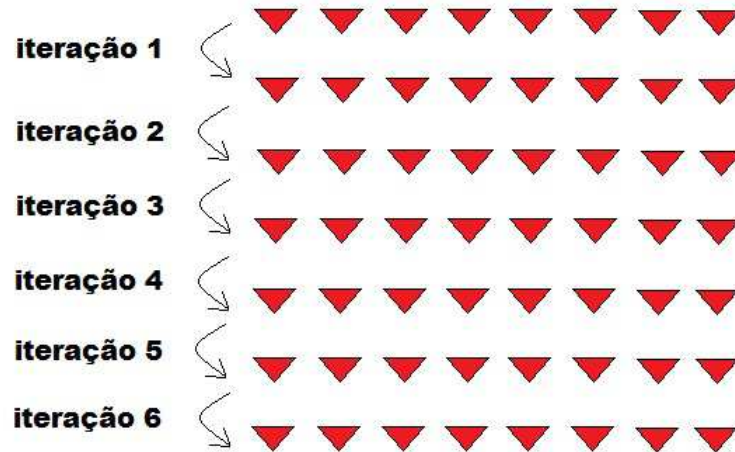


Figura 24: Extrapolação do método de *phase-shift* - receptores

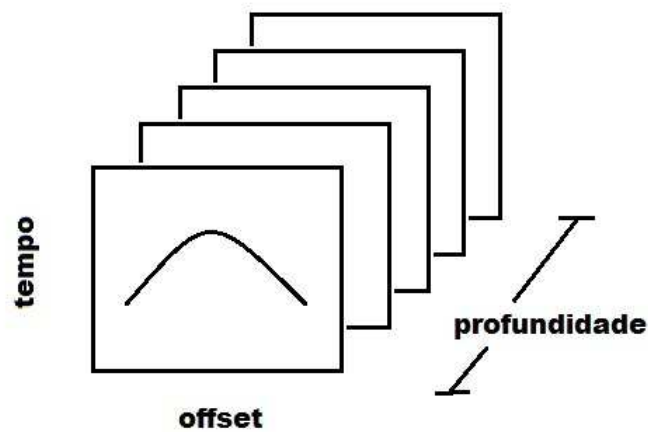


Figura 25: Extrapolação do método de *phase-shift* - campos de onda

Para a migração *pos-stack*, a imagem migrada é construída diretamente das extrapolações, considerando-se o campo de ondas em  $t = 0$ , assim como na RTM, sendo esta imagem então, a face superior do cubo esquemático da Figura 25.

Já para a migração *pre-stack*, faz-se necessária a aplicação de uma condição de imagem, a qual geralmente é aplicada no domínio da frequência através da multiplicação da transformada do sismograma extrapolado por uma exponencial complexa  $\exp i.\omega.TT$ , onde  $TT$  é a matriz de tempo de trânsito. Tal procedimento corresponde teoricamente a mesma condição de imagem por tempo de trânsito aplicada na migração RTM, diferindo apenas por ser implementado no domínio da frequência.

Por consistir na solução *one-way* da equação da onda, para a migração *Phase-Shift* não é preciso se suavizar o modelo de velocidades, ao contrário do feito para a migração RTM.

Como o mostrado de forma mais detalhada em Santos (2003), a metodologia da migração *phase-shift* é desenvolvida através da análise da equação escalar da onda por séries de Fourier, como mostra a equação 2.4, sendo  $k_x$ ,  $k_z$  e  $\omega$  os números de onda e  $p$  e  $P$  o campo de onda original e transformado, respectivamente.

$$p(x, z, t) = \sum_{k_z} \sum_{k_x} \sum_{\omega} P(k_x, k_z, \omega).e^{i(k_x x + k_z z - \omega t)} \quad (2.4)$$

Substituindo-se a representação da equação 2.4 na equação original da onda (equação A.1 - Apêndice), chega-se a um outro somatório, no qual os coeficientes são exatamente a transformada de Fourier da equação acústica da onda (equação 2.5:  $v$  é a velocidade de propagação da onda no meio)

$$\frac{1}{v^2}.\omega^2 P = k_x^2 P + k_z^2 P \quad (2.5)$$

A obtenção de tal transformada pode ser feita de modo simplificado, considerando-se a propriedade de derivação citada anteriormente nos parágrafos iniciais desta seção.

$$F\left(\frac{\partial^2 P}{\partial x^2}\right) = k_x^2 P \quad (2.6)$$

A partir da transformada da equação da onda é obtida a chamada relação de dispersão da onda, na qual isolando-se o termo  $k_z$ , chega-se na equação 2.7.

$$k_z = \pm \frac{\omega}{v} \cdot \left[1 - \left(\frac{vk_x}{\omega}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}} \quad (2.7)$$

Sendo assim, a solução da equação da onda na dimensão de profundidade ( $z$ ) pode ser

dada pela equação 2.8, onde  $z_0$  é a profundidade inicial, levando-se em conta a propriedade de deslocamento da transformada de Fourier.

$$P(k_x, z_0 + dz, \omega) = e^{idzk_z} \cdot P(k_z, z_0, \omega) \quad (2.8)$$

É preciso lembrar que esta formulação não suporta variações laterais de velocidade já que na efetuação das transformadas de Fourier em  $x$  e  $t$ , considera-se uma velocidade constante para facilitação dos cálculos.

Observando-se a equação 2.7, que determina os valores de  $k_z$ , nota-se a presença de dois sinais possíveis para  $w$ , onde para a migração utiliza-se o sinal positivo, representando as ondas propagadas no sentido inverso do tempo (GAZDAG; SGUAZZERO, 1984). Tal análise pode ser feita a partir da visualização da solução de extrapolação em  $z$  por uma série dupla de Fourier, mostrando que cada exponencial  $e^{k_z z + k_x x - \omega t}$  representa uma onda plana cuja fase deve se manter constante (SANTOS, 2003).

$$p(x, z, t) = \sum_{k_x} \sum_{\omega} P(k_x, z, \omega) \cdot e^{ik_z z} \cdot e^{i(k_x x - \omega t)} \quad (2.9)$$

Então, para um passo de profundidade ( $dz$ ) positivo, se os sinais de  $k_z$  e  $w$  forem iguais, as ondas são propagadas no sentido inverso de tempo, e se eles forem opostos as ondas são propagadas para tempos futuros ((GAZDAG; SGUAZZERO, 1984) e (SANTOS, 2003)).

Outro ponto importante da análise do  $k_z$  é que se seu valor for real, apenas as ondas planas são propagadas, enquanto que se ele for imaginário, há a propagação também de ondas evanescentes, tornando-se necessária a limitação de valores descrita pela equação 2.10.

$$\left[ \left( \frac{\omega^2}{v^2} \right) - k_x^2 \right] \geq 0 \quad (2.10)$$

Com isso, é estabelecido um fluxograma com os passos necessários na efetuação da migração *phase-shift* para velocidades lateralmente homogêneas, como o mostrado na Figura 26.

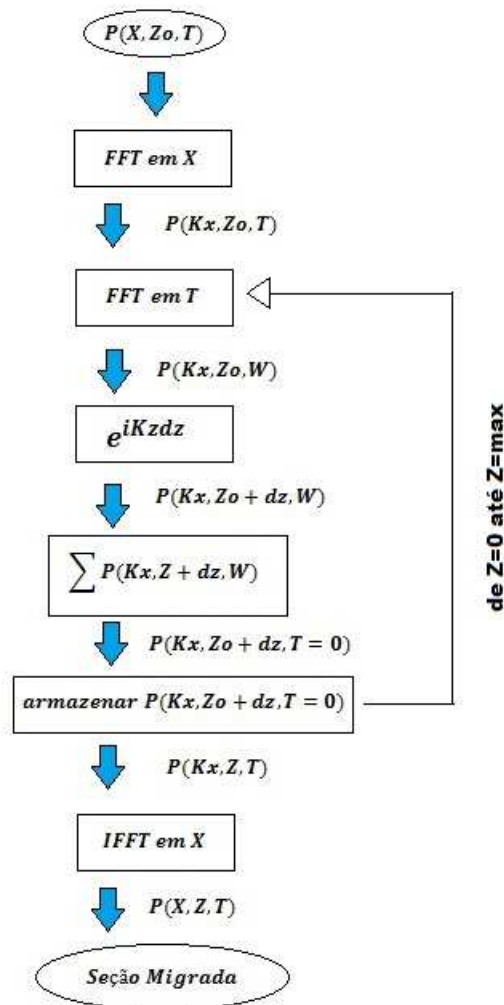


Figura 26: Fluxograma do método de *phase-shift* simples

### 2.2.2.1 Migração por deslocamento de fase com interpolação

Entretanto, Gazdag e Sguazzero (1984) propuseram uma adaptação ao método de rotação de fase através da inclusão de uma etapa de interpolação para que fossem suportadas variações laterais de velocidade, resultando no método de *phase-shift plus interpolation* (PSPI).

Essa nova abordagem envolve a expansão da raiz quadrada presente na fórmula do  $k_z$  pela série truncada de frações continuadas ((GAZDAG; SGUAZZERO, 1984) e (CLAERBOUT, 1986)), resultando na equação 2.11, onde é possível se usar a velocidade real no primeiro termo, fazendo com que os mergulhos de inclinação zero ( $k_x = 0$ ) sejam propagados sem distorção.

$$k_z = \frac{\omega}{v} - \frac{k_x^2}{\frac{2\omega}{v} - \frac{k_x^2 v}{2\omega}} \quad (2.11)$$

Além disso, a partir do modelo de velocidades, são escolhidas, para cada profundidade, algumas velocidades de referência, as quais são processadas independentemente e, por fim, interpoladas para a geração do campo total extrapolado, como mostra o fluxograma da Figura 27.

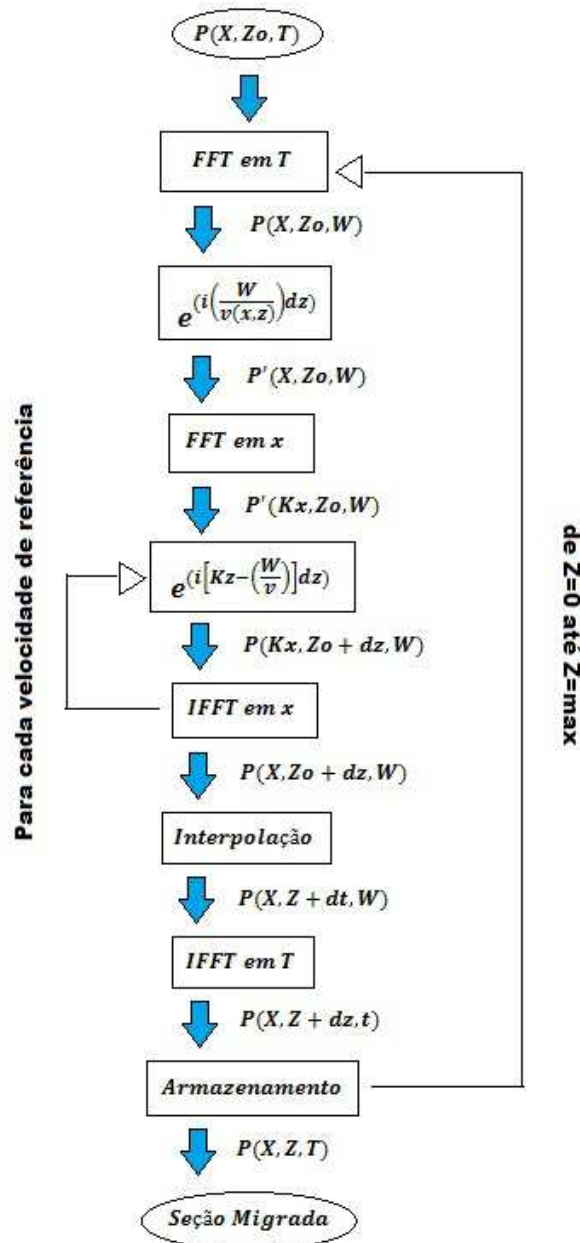


Figura 27: Fluxograma do método de *phase-shift* com interpolação

Para uma melhor qualidade dos resultados obtidos através da interpolação, os limites de definição de  $k_z$  são expandidos de acordo com Gazdag e Sguazzero (1984), onde também é possível encontrar detalhes sobre como é feita a escolha das velocidades de referência e como é processada a interpolação.

Neste trabalho, foi imposto um limite de 10 velocidades de referência para cada profundidade do modelo, dependendo da diferença entre a velocidade máxima e mínima referentes.

### 2.2.3 Comparações entre a migração PSPI e RTM

Nesta seção é apresentada uma comparação entre as características dos métodos de migração RTM e *phase-shift*, feita com base em Gazdag e Sguazzero (1984) e Yilmaz e Doherty (2001), e que posteriormente será exemplificada através dos resultados práticos obtidos com as implementações realizadas.

A primeira consideração que se deve fazer é a de que a metodologia da migração por rotação de fase (PSPI) envolve a solução analítica da equação da onda, enquanto que a da migração reversa no tempo (RTM), por diferenças finitas, é feita numericamente. Portanto, apesar de sempre existir a necessidade de se discretizar o domínio para implementações computacionais, a técnica de *phase-shift* se mostra muito mais estável e com menos efeitos de aproximações do que a técnica de migração RTM (GAZDAG; SGUAZZERO, 1984).

Em relação aos processos aplicados em cada uma, destaca-se que o método das diferenças finitas, utilizado na migração RTM, representa a solução completa da equação da onda (*TWO-WAY*: ondas ascendentes e descendentes), considerando para a propagação, todas as velocidades presentes no modelo, enquanto que o PSPI propaga as ondas em apenas uma direção (*ONE-WAY*), sem considerar todas as velocidades (interpolando).

Sendo assim, para análises de resultados, os gerados pela migração RTM são mais completos, representando melhor a realidade já que suportam modelos geológicos complexos e consideram qualquer trajetória de onda, ao contrário da migração PSPI que não é capaz de contemplar alguns tipos de onda, perdendo acurácia ao imagear, por exemplo, estruturas abaixo de domos salinos.

Entretanto, o custo computacional envolvido na migração RTM é extremamente alto em relação à migração PSPI, que, ainda por cima, apresenta grande facilidade para paralelização, já que cada frequência pode ser processada independentemente.

---

Considerando-se esses fatos, é preciso analisar o melhor custo benefício em cada caso, o que atualmente estimula diversas pesquisas que visam à otimização da migração RTM e o aperfeiçoamento da técnica por rotação de fase no domínio da frequência.

### 3 Metodologia

A metodologia envolvida na parte prática deste trabalho se baseia nas implementações computacionais dos algoritmos de migração RTM e PSPI, e do algoritmo de modelagem acústica para a geração dos resultados.

Para tal, foi escolhido o *Software* MatLab como ambiente de desenvolvimento dos códigos fonte, pelas facilidades oferecidas por este no uso de *arrays* (vetores e matrizes) e na construção de gráficos.

Devido à necessidade do uso de modelos de velocidades como parâmetros de entrada para os algoritmos de migração e modelagem, inicialmente foi desenvolvido um programa, também em MatLab, para a geração de tais modelos a partir de imagens do tipo *bitmap* (JPEG e TIFF). Para simplificar o algoritmo, o autor estipulou que as imagens de entrada devem ser desenhadas em tons de cinza, onde velocidades altas são atribuídas a tons escuros e vice versa, como no exemplo ilustrativo da Figura 28.

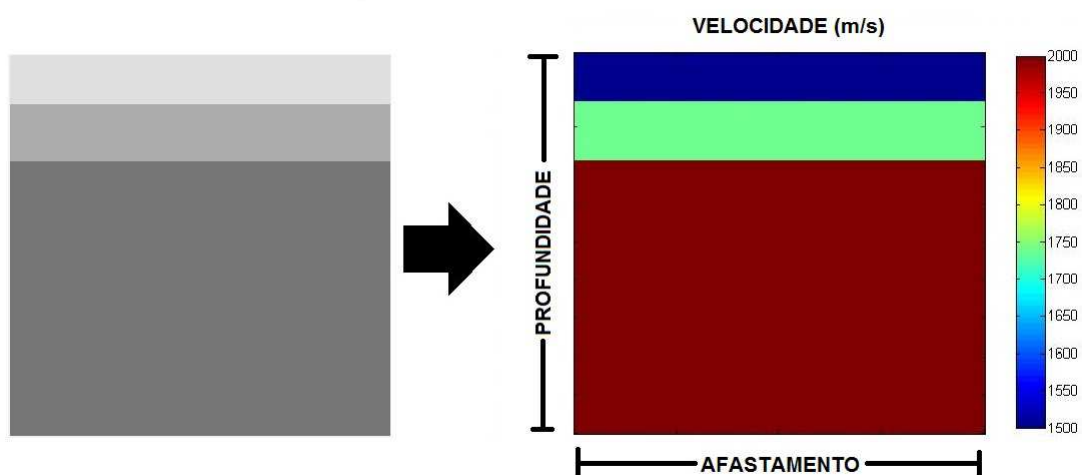


Figura 28: Exemplo do resultado gerado pelo algoritmo de construção de modelos de velocidade, onde a cor azul representa a menor velocidade e a cor vermelha a maior, na figura da direita



Complementarmente, são utilizadas funções para a geração da fonte sísmica (Ricker), na qual é definida a frequência de corte usada, para a expansão das bordas do domínio, devido a aplicação da borda não reflexiva (CERJAN et al., 1985) na migração e modelagem, e para a suavização dos modelos de velocidades, consistindo em um filtro de média móvel.

A modelagem acústica foi implementada de duas maneiras diferentes utilizando o método das diferenças finitas. Uma consiste na propagação de uma fonte pontual de ondas para a geração de sismogramas no domínio do tiro, como mostra a Figura 29. Outra na propagação de uma onda plana para a geração de seções sísmicas similares a uma seção *pos-stack*, como mostra a Figura 30.

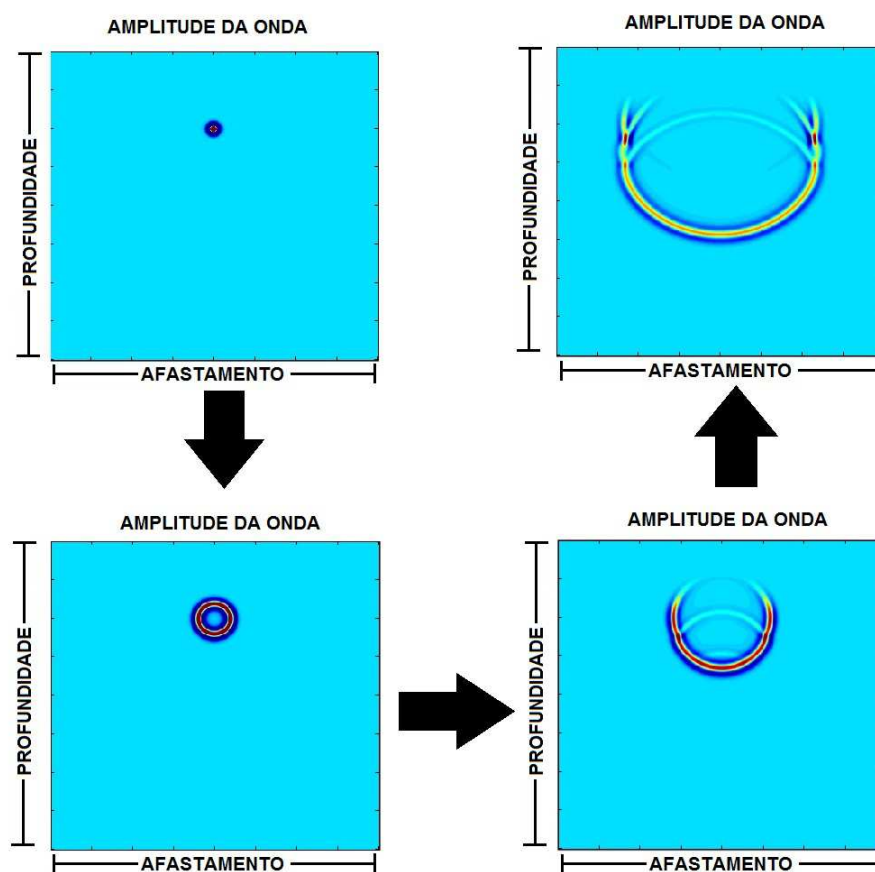


Figura 29: Propagação de uma fonte pontual de ondas por um modelo de camadas paralelas

Assim, a etapa final prática deste trabalho consiste em utilizar os sismogramas sintéticos gerados pelos algoritmos de modelagem citados anteriormente, como entradas para os algoritmos de migração implementados para metodologias pós e pré-empilhamento, gerando seções sísmicas em profundidade.

A migração RTM foi implementada pelo método de diferenças finitas, de acordo com o

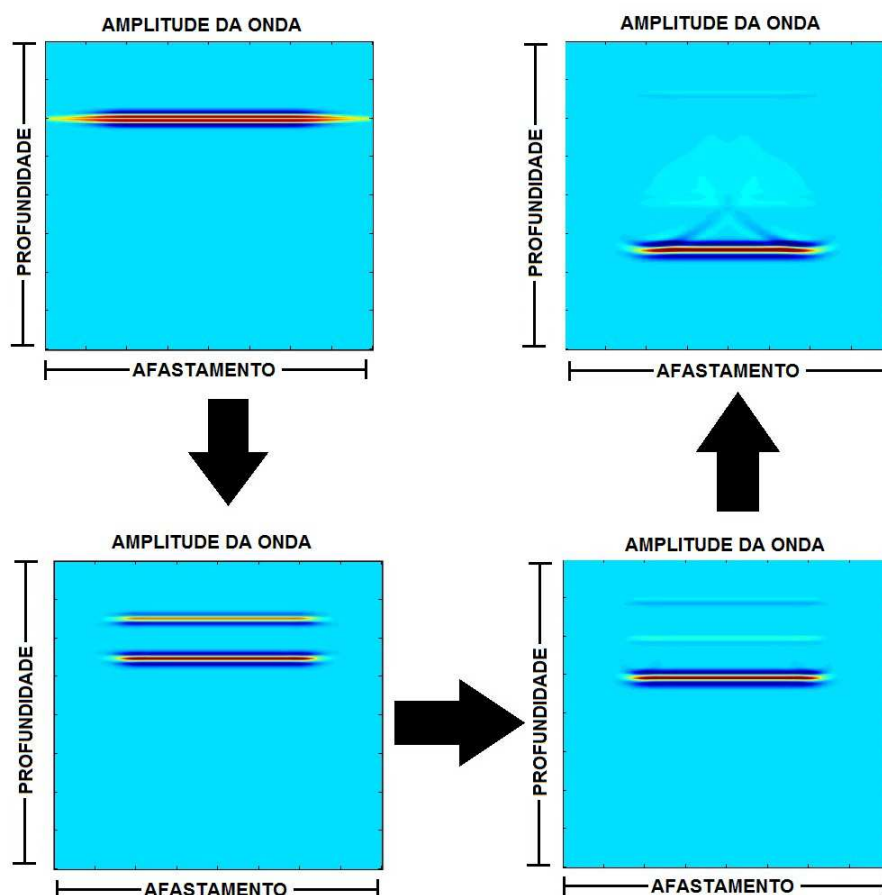


Figura 30: Propagação de uma onda plana por um modelo de camadas paralelas

descrito no anexo A, utilizando tanto a condição de imagem por tempo de excitação quanto a por correlação cruzada, onde, para a primeira, foi escolhido o critério da amplitude máxima para o cálculo das matrizes de tempo de trânsito.

Para que fosse possível efetuar com boa acurácia a condição de imagem por correlação cruzada, o autor decidiu não utilizar neste caso a aplicação da borda não reflexiva, para que as amplitudes dos campos de onda pudessem ser recuperadas de forma mais eficiente, sendo adotada uma simples expansão de borda suficientemente larga, como citado na seção A.1.2 do apêndice A.

Por fim, foi implementado o algoritmo de migração PSPI, possibilitando assim a geração dos resultados utilizados para a comparação entre os métodos de migração sísmica em questão.

A Figura 31 mostra o fluxograma referente ao procedimento adotado na geração e comparação dos resultados.

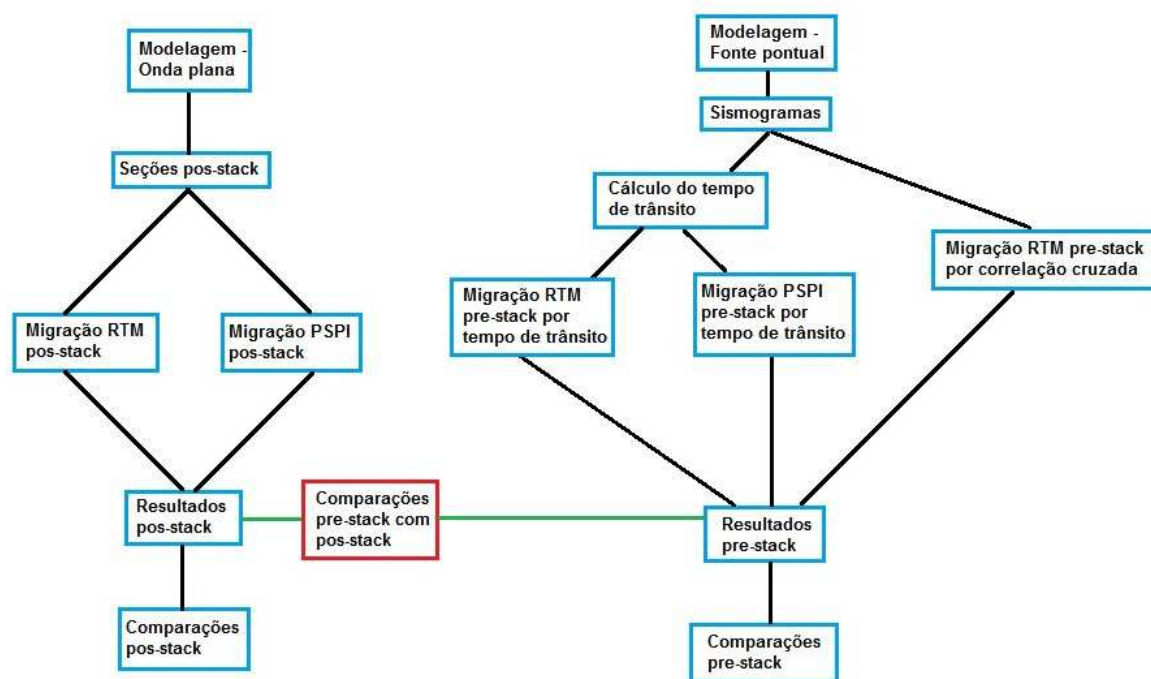


Figura 31: Fluxograma do procedimento metodológico deste trabalho

## 4 *Resultados*

Para a geração de resultados que possam ser relacionados diretamente com situações geológicas hipotéticas, foram criados 3 modelos de velocidade: um modelo de camadas paralelas, um modelo com uma falha normal e um modelo com uma dobra sinclinal, como mostram as Figuras 32, 33 e 34.

Assim, a partir de tais modelos de complexidade estrutural variada, a acurácia dos algoritmos de migração sísmica RTM e PSPI pode ser comparada de forma mais abrangente, como mostrado ao longo do capítulo.

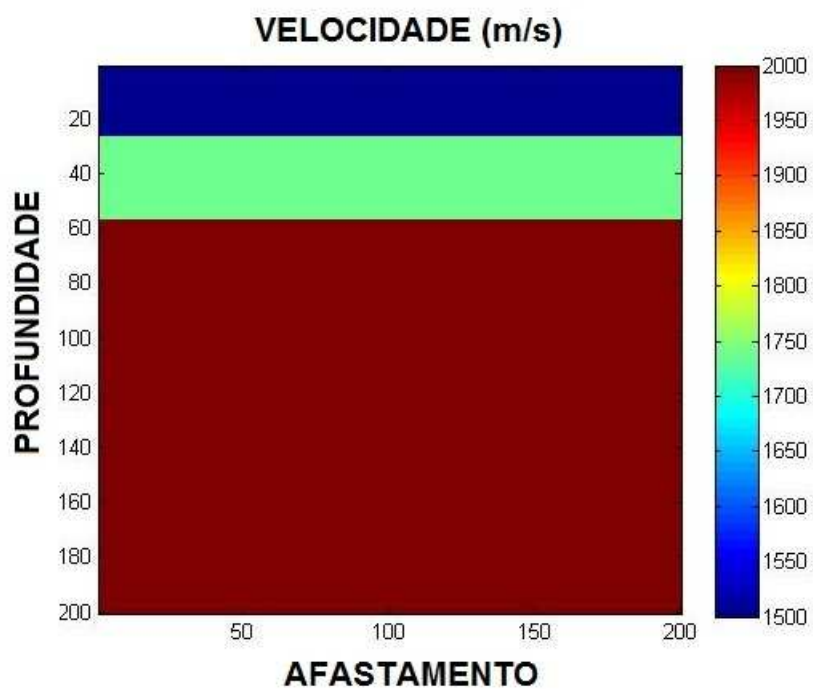


Figura 32: Modelo de camadas paralelas

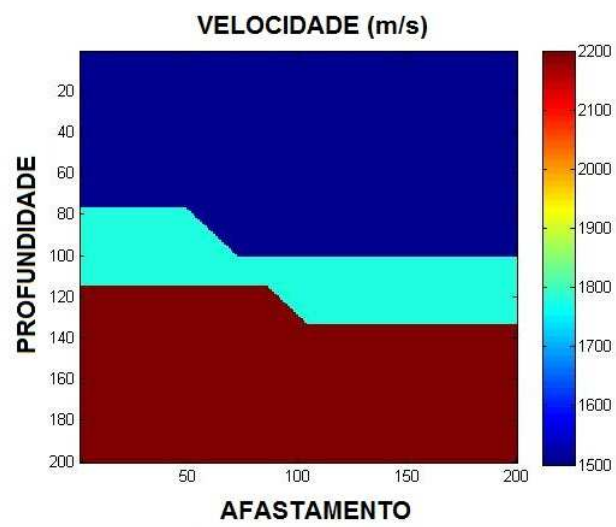


Figura 33: Modelo com uma falha normal

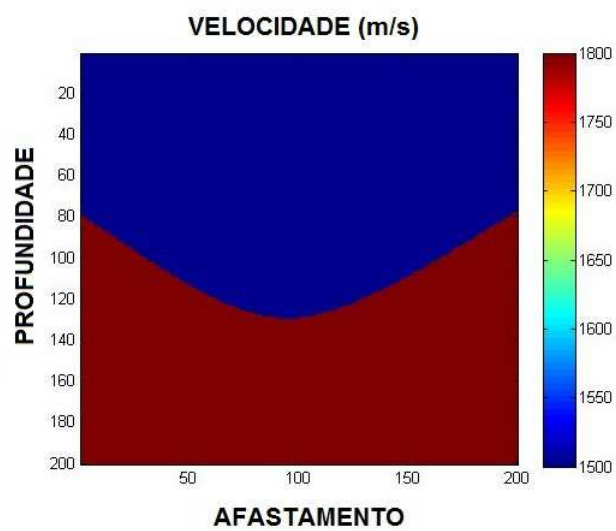


Figura 34: Modelo com uma dobra sinclinal

## 4.1 Resultados pós-empilhamento

Para testar os algoritmos de migração pós-empilhamento, foram geradas seções sísmicas *pos-stack*, já sem a onda direta, para os modelos de camadas paralelas e com falha normal, mostradas nas Figuras 35 e 36, deixando de lado o modelo com dobra sinclinal, já que os resultados referentes a ele não apresentaram bom imageamento da estrutura principal do modelo de velocidade.

Os parâmetros de discretização utilizados para a modelagem e migração, pré e pós-empilhamento, foram  $5m$  para o espaçamento espacial (afastamento horizontal e profundidade) e  $0.4ms$  para o espaçamento temporal, onde a quantidade de pontos para as dimensões espaciais é 200 e para a dimensão temporal é 4000.

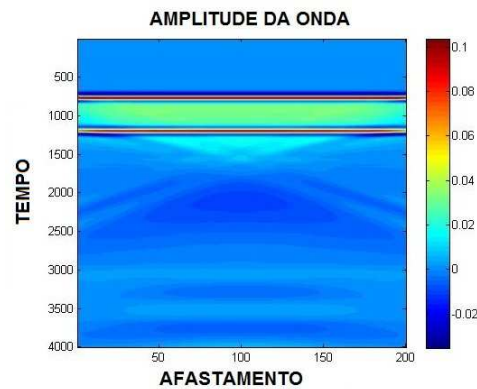


Figura 35: Seção *pos-stack* para o modelo de camadas paralelas obtida através da modelagem acústica de uma onda plana

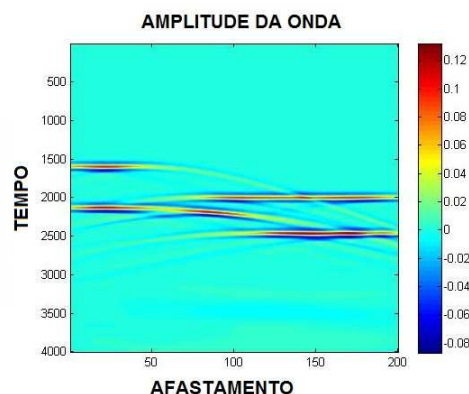


Figura 36: Seção *pos-stack* para o modelo com uma falha normal obtida através da modelagem acústica de uma onda plana

Os resultados referentes às seções migradas, mostrados nas Figuras 37, 38, 39 e 40 evidenciam que, para o modelo de camadas paralelas, ambos os métodos RTM e PSPI apresentaram boa eficácia, imageando os dois refletores nas suas corretas posições em profundidade, e, para o modelo com um falha normal, os dois métodos também conseguiram imagear a posição correta da falha, embora não tenham colapsado totalmente as difrações presentes no sismograma, localizadas nas extremidades da escarpa da falha. Para este segundo, é notável que o resultado referente ao método PSPI apresenta uma imagem mais limpa do que a obtida com o método RTM.

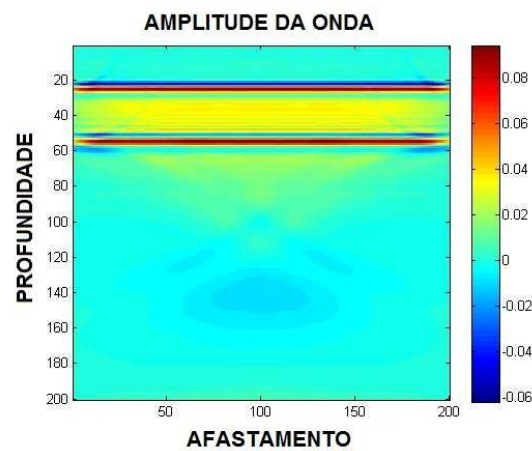


Figura 37: Resultado da migração RTM *pos-stack* para o modelo de camadas paralelas

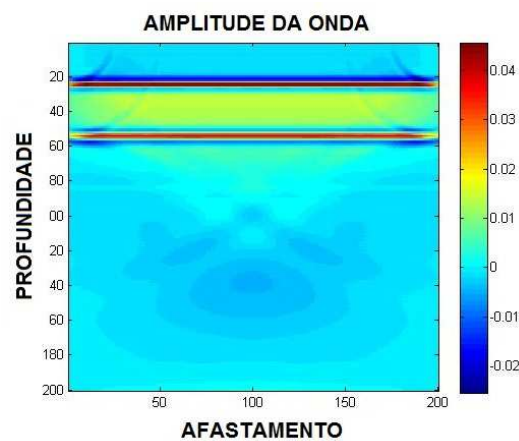


Figura 38: Resultado da migração PSPI *pos-stack* para o modelo de camadas paralelas

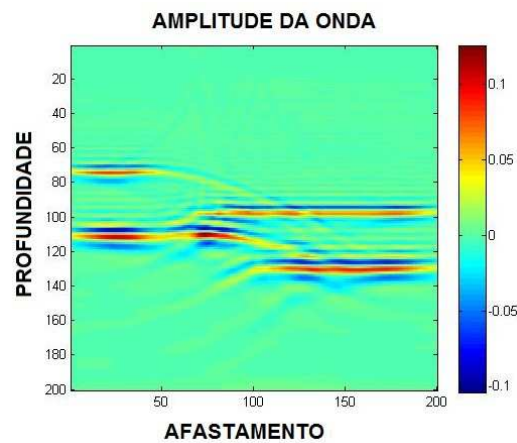


Figura 39: Resultado da migração RTM *pos-stack* para o modelo com uma falha normal

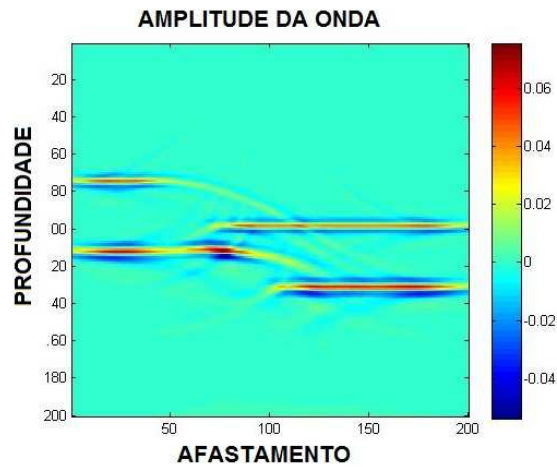


Figura 40: Resultado da migração PSPI *pos-stack* para o modelo com uma falha normal

## 4.2 Resultados pré-empilhamento

Para a geração dos resultados referentes à metodologia pré-empilhamento foram utilizados os 3 modelos de velocidade e a mesma discretização citada anteriormente, onde primeiramente foram modelados os sismogramas sintéticos, referentes a cada modelo, mostrados nas Figuras 41, 42 e 43 já sem a onda direta, sendo a fonte sísmica posicionada na região central da superfície.



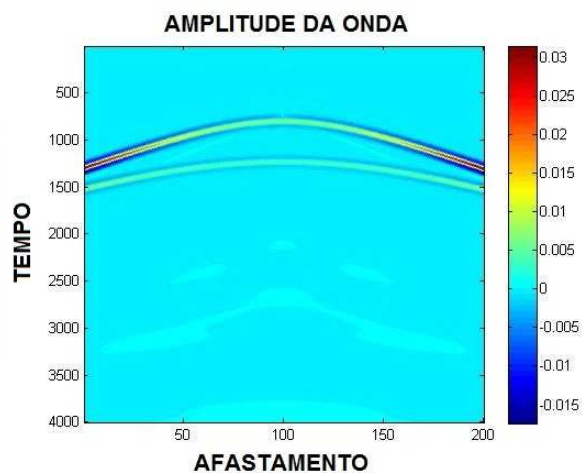


Figura 41: Sismograma sintético referente ao modelo de camadas paralelas

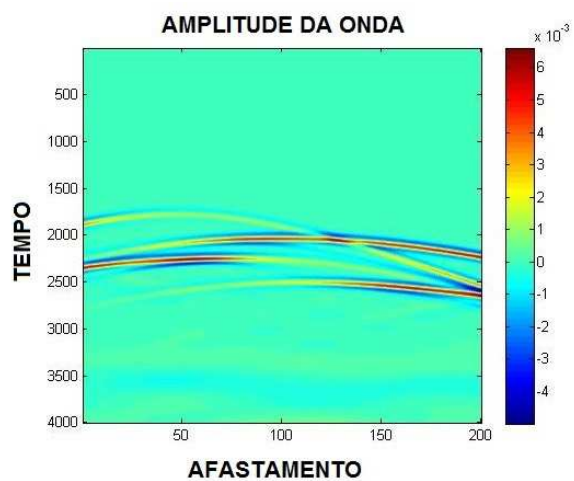


Figura 42: Sismograma sintético referente ao modelo com uma falha normal

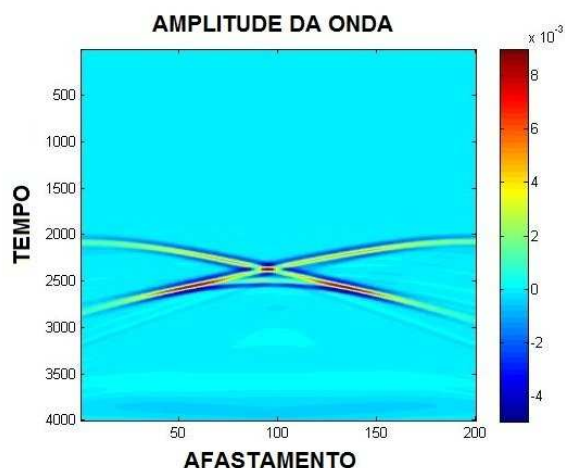


Figura 43: Sismograma sintético referente ao modelo com uma dobra sinclinal

A partir disso, foram gerados os resultados referentes à migração RTM, utilizando tanto a condição de imagem por tempo de excitação quanto por correlação cruzada, e a migração PSPI por tempo de excitação.

As Figuras 44, 45 e 46 mostram os resultados para o modelo de camadas paralelas, evidenciando que os 3 métodos de migração obtiveram imagens finais bem parecidas, onde as interfaces sísmicas foram mapeadas em suas corretas profundidades, apesar do notável efeito de borda, que representa a limitação do imageamento das estruturas do modelo para apenas uma posição de fonte.

Posteriormente, para o modelo da falha normal, será mostrado que somando os resultados obtidos para a migração de sismogramas referentes a 3 posições diferentes da fonte, este efeito de borda é minimizado.

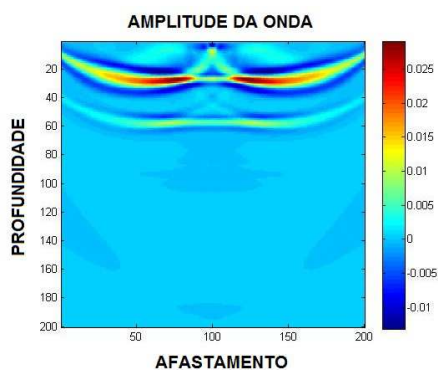


Figura 44: Resultado da migração RTM *pre-stack*, referente ao modelo de camadas paralelas, utilizando a condição de imagem por tempo de excitação

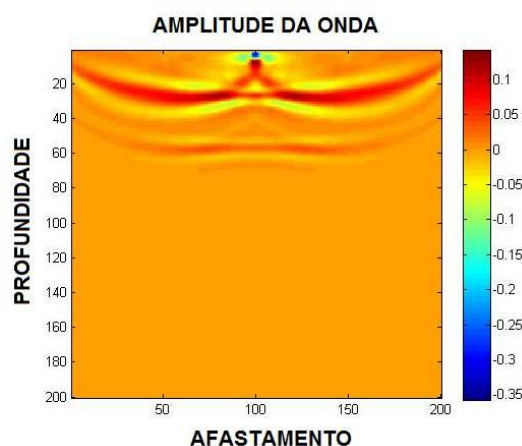


Figura 45: Resultado da migração RTM *pre-stack*, referente ao modelo de camadas paralelas, utilizando a condição de imagem por correlação cruzada

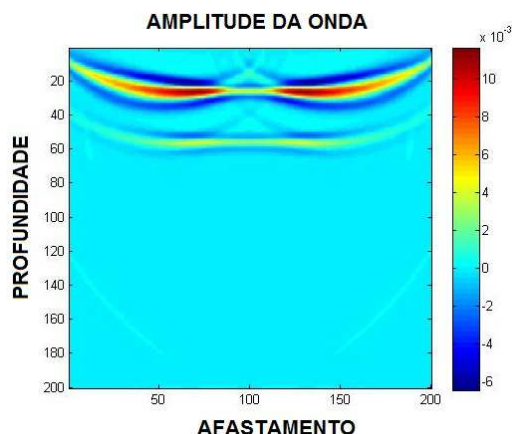


Figura 46: Resultado da migração PSPI *pre-stack*, referente ao modelo de camadas paralelas

Nas Figuras 47, 48 e 49 são apresentados os resultados referentes ao modelo com uma falha normal, onde, apesar do efeito de borda, as imagens mostram refletores imageados de forma mais contínua do que na migração *pos-stack*, conseguindo posicionar a escarpa da falha corretamente e colapsar de modo mais completo as difrações.

Os métodos RTM por correlação cruzada e por tempo de excitação apresentaram acurácias semelhantes para esse modelo, onde o método PSPI mostrou-se ligeiramente menos eficiente no imageamento da escarpa da falha, apesar de também resultar em um bom posicionamento dos refletores sísmicos, sendo este fato relacionado à interpolação realizada em sua metodologia.

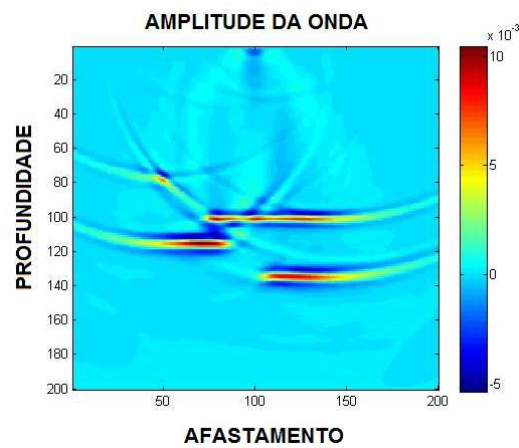


Figura 47: Resultado da migração RTM *pre-stack*, referente ao modelo com uma falha normal, utilizando a condição de imagem por tempo de excitação

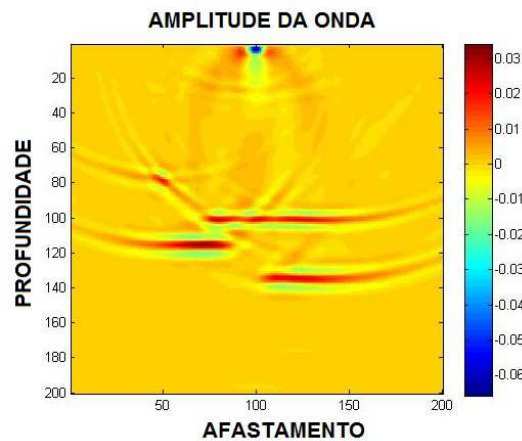


Figura 48: Resultado da migração RTM *pre-stack*, referente ao modelo com uma falha normal, utilizando a condição de imagem por correlação cruzada

Por fim, representando os resultados para o modelo com uma dobra sinclinal, as Figuras 50, 51 e 52 evidenciam que o método PSPI não consegue imagear estruturas com inclinações acentuadas, onde os métodos RTM por tempo de excitação e correlação cruzada resultaram em imagens contendo a estrutura da dobra perfeitamente posicionada em profundidade, tendo acurácia superior.

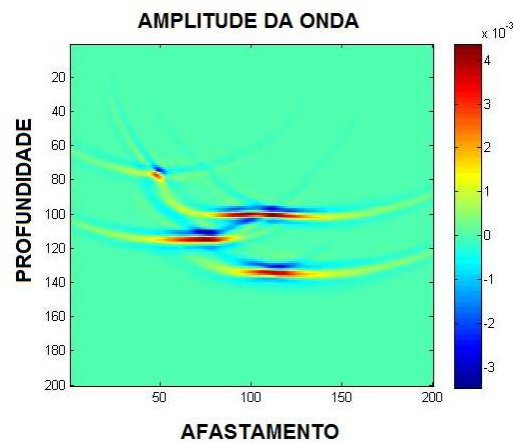


Figura 49: Resultado da migração PSPI *pre-stack*, referente ao modelo com uma falha normal

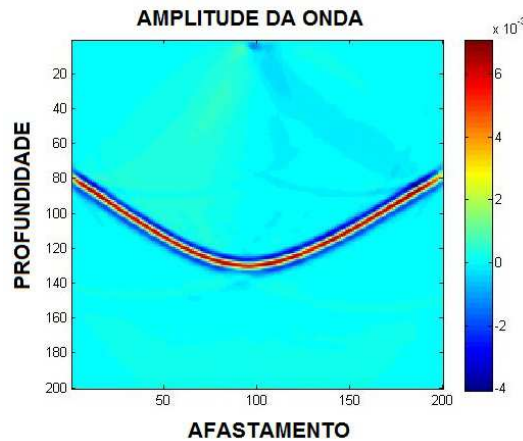


Figura 50: Resultado da migração RTM *pre-stack*, referente ao modelo com uma dobra sinclinal, utilizando a condição de imagem por tempo de excitação

De modo a exemplificar o procedimento de empilhamento (soma) das seções sísmicas migradas para cada posição da fonte, foi feita a modelagem de sismogramas sintéticos para duas outras posições da fonte na superfície, no modelo da falha normal: extremidade da esquerda e extremidade da direita.

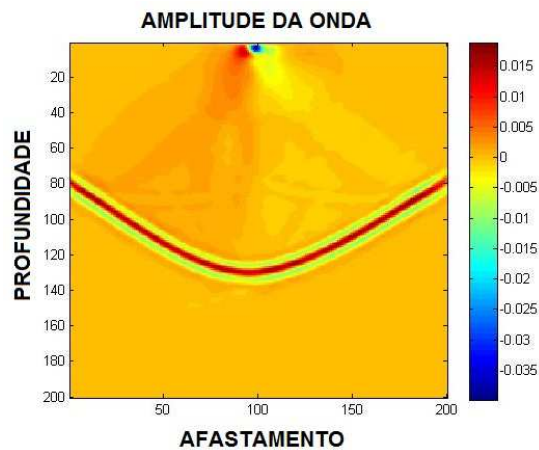


Figura 51: Resultado da migração RTM *pre-stack*, referente ao modelo com uma dobra sinclinal, utilizando a condição de imagem por correlação cruzada

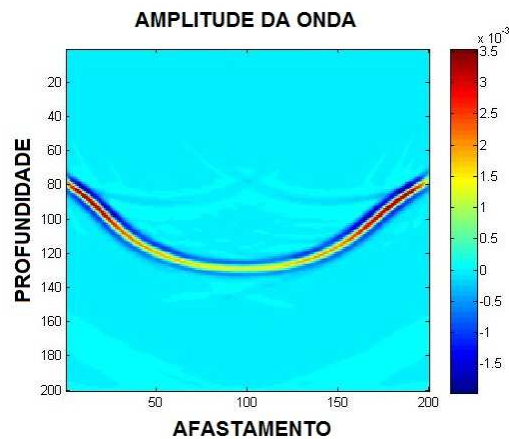


Figura 52: Resultado da migração PSPI *pre-stack*, referente ao modelo com uma dobra sinclinal

Assim, as Figuras 53 e 54 mostram os resultados obtidos pelos métodos RTM e PSPI por tempo de excitação, somando as seções migradas para os 3 sismogramas diferentes, evidenciando que o efeito de borda é suprimido, resultando em seções imageadas de forma mais completa.

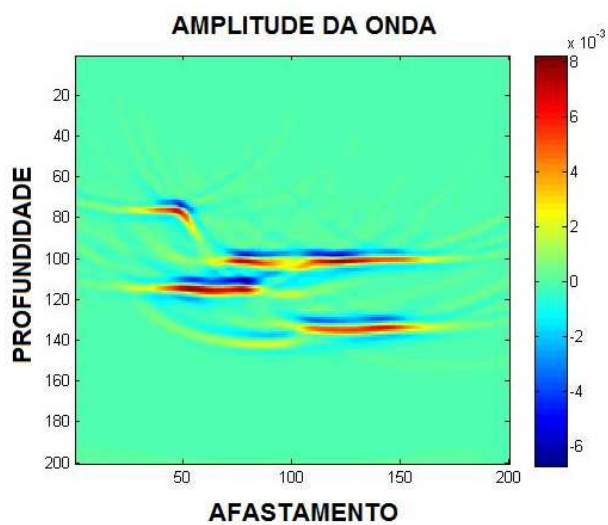


Figura 53: Resultado da migração PSPI *pre-stack* referente ao modelo com uma falha normal, considerando 3 posições diferentes para a fonte sísmica

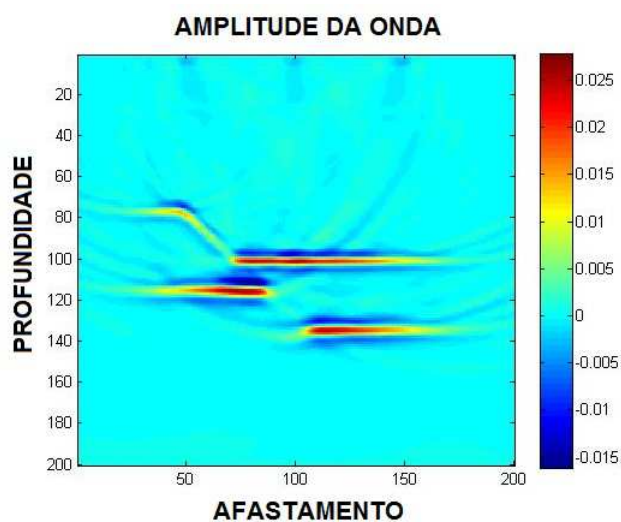


Figura 54: Resultado da migração RTM *pre-stack* por tempo de trânsito referente ao modelo com uma falha normal, considerando 3 posições diferentes para fonte sísmica

## 5 *Conclusões*

Através dos resultados mostrados no capítulo anterior, pode-se concluir que, para a metodologia pré-empilhamento, o método de migração sísmica por rotação de fase no domínio da frequência apresenta boa acurácia para modelos com poucas variações laterais de velocidade, perdendo qualidade no imageamento de estruturas inclinadas, em modelos com variações laterais bruscas de velocidade.

Ainda considerando uma metodologia de processamento sísmico pré-empilhamento, o método de migração reversa no tempo por diferenças finitas apresenta boa acurácia tanto para modelos de velocidade simples quanto para modelos mais complexos, sendo, neste segundo caso, superior ao método PSPI em termos da qualidade final da imagem sísmica.

Para a metodologia pós-empilhamento, ambos os métodos apresentaram acurácia semelhante, onde, aparentemente, o método PSPI é menos sensível à variações laterais de velocidade.

Sendo assim, levando em conta que a migração PSPI é mais veloz que a RTM, a escolha do método mais adequado em cada situação prática vai depender da complexidade geológica em que está se lidando, da disponibilidade de tempo para geração dos resultados, sempre considerando qual a acurácia desejada para a seção sísmica final, e de qual tipo de onda sísmica deve ser empregada para um bom imageamento das estruturas de subsuperfície.



## *Referências*

- BULCÃO, A. *Modelagem e Migração Reversa no Tempo empregando operadores elásticos e acústicos*. Tese (Doutorado) — COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, Brasil, 2004.
- CAPUCCI, F. V. Influência dos erros na análise de velocidades no posicionamento dos refletores sísmicos. Trabalho de conclusão de curso na Universidade Federal Fluminense, 2010.
- CERJAN, C. et al. A nonreflecting boundary condition for discrete acoustic and elastic wave equations. *Geophysics*, v. 50, n. 4, p. 705, 1985.
- CLAERBOUT, J. Imaging the earth's interior. *Geophysical Journal of the Royal Astronomical Society*, Wiley Online Library, v. 86, n. 1, p. 217–217, 1986.
- CUNHA, P. E. M. *Imageamento sísmico por propagação de ondas no limite de altas e baixas frequências*. Tese (Doutorado) — COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, Brasil, 2005.
- FARIA, E. *Migração antes do empilhamento utilizando propagação reversa no tempo*. 1986.
- GAZDAG, J.; SGUAZZERO, P. Migration of seismic data by phase shift plus interpolation. *Geophysics*, v. 49, n. 2, p. 124, 1984.
- HAYES, M. *Processamento Digital de Sinais*. [S.l.]: Bookman, 2006.
- KEAREY, M. B. P.; HILL, I. *Geofísica de exploração*. [S.l.]: Oficina de textos, 2009.
- MARGRAVE, G. F. Numerical methods of exploration seismology. The University of Calgary, 2003.
- OPPENHEIM, A. et al. *Discrete-time signal processing*. [S.l.]: Prentice hall Englewood Cliffs, NJ., 1989.
- PALERMO, L. *Migração reversa no tempo: uma abordagem multifocal*. 2002.
- SANTOS, M. *Migração em Profundidade por Rotação de Fase dos Campos de Onda  $qP$  e  $qSV$  em Meios com Simetria Polar Local*. Tese (Doutorado) — Pontifica Universidade Católica do Rio de Janeiro, 2003.
- SANTOS, R. de A. Caminhos para a interpretação sísmica 3d. 2011.
- YILMAZ, O.; DOHERTY, S. *Seismic data analysis*. [S.l.]: Society of Exploration Geophysicists, 2001.

# *APÊNDICE A – Modelagem*

## **A.1 Modelagem sísmica**

Entende-se a modelagem como sendo a simulação controlada de algum fenômeno físico, ou de qualquer outra natureza, tendo como objetivo prático o auxílio em estudos de determinados eventos reais.

Complementarmente ao método sísmico de reflexão, utiliza-se então a modelagem para simular a propagação de ondas sísmicas em um determinado meio, objetivando facilitar o estudo das características e limitações do método, e do melhor arranjo para aquisição em cada ocasião, além de servir também como fonte de dados sintéticos para a efetuação de testes (BULCÃO, 2004).

Fenômenos físicos são normalmente modelados através de experimentos reais, executados em pequenas escalas, ou então através de abordagens matemáticas, que na maioria das vezes são compostas por equações diferenciais vinculadas às suas respectivas condições de contorno.

No caso da modelagem sísmica, que é a simulação da propagação de ondas mecânicas, existem variados modelos matemáticos que aproximam os fenômenos ondulatórios reais em situações mais simplificadas, sendo citados aqui apenas os dois mais usuais: acústico e elástico.

O modelo acústico, regido pela equação escalar da onda, descreve apenas a propagação das ondas compressionais (ondas primárias), assumindo que o meio possui densidade constante e é fluido, não havendo componentes cisalhantes ((BULCÃO, 2004) e (CAPUCCI, 2010)), como mostra a equação A.1, sendo  $t$  a dimensão temporal,  $x$  e  $z$  as dimensões espaciais,  $v$  a velocidade do meio e  $p$  a amplitude do campo de onda.

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \frac{1}{v^2} = \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} \quad (\text{A.1})$$

Apesar de representar de maneira grosseira as propriedades reais dos materiais sólidos, o modelo acústico proporciona a geração de resultados de qualidade, sendo utilizado aqui neste trabalho para a construção de sismogramas sintéticos que, por sua vez, servem como parâmetros de entrada nos testes de migração.

Já sendo uma aproximação mais realista, um modelo elástico considera além das ondas compressoriais, a propagação das ondas cisalhantes, proporcionando a geração de resultados mais condizentes com a propagação de ondas em rochas, mas que, por outro lado, tem um custo computacional mais elevado.

O conjunto de leis que ditam a propagação de ondas mecânicas através de um meio elástico compõem as equações de Navier, e que, por não serem utilizadas aqui, são apenas referenciadas a Bulcão (2004).

### A.1.1 Soluções numéricas

Como na grande maioria dos problemas matemáticos descritos por equações diferenciais parciais, as soluções analíticas são inviáveis de serem calculadas ou são restritas a condições de contorno ou iniciais muito específicas, recorre-se à utilização de métodos numéricos, os quais estão vinculados à discretização do domínio real.

Para o desenvolvimento de soluções numéricas envolvendo a equação escalar da onda, podem ser utilizados vários métodos, como o dos elementos finitos ou o dos volumes finitos, porém, devido ao altíssimo número de graus de liberdade envolvidos no problema e à necessidade de otimização temporal, utiliza-se historicamente o método das diferenças finitas e o método do traçado de raio (aproximação de alta frequência), que também é empregado como uma técnica computacional para renderização de imagens.

Neste trabalho, como citado anteriormente, o Método das Diferenças Finitas será utilizado para modelagem e migração sísmica, o qual, apesar de ser menos sofisticado que os outros métodos numéricos, apresenta boa eficácia e um custo benefício vantajoso se comparado, por exemplo, ao método dos elementos finitos.

### A.1.2 Condições de contorno

Um grande problema da utilização de métodos numéricos para a propagação de ondas aplicada ao método sísmico é a necessidade de se simular um domínio infinito, o que não é resolvido de maneira trivial, já que, na maioria dos métodos numéricos, a abordagem

por tal metodologia limita a solução para um meio discretizado e truncado.

Para tal, desenvolveram-se técnicas para o tratamento das bordas de um domínio discreto, objetivando a atenuação das ondas que ultrapassam os limites deste, fazendo assim com que não ocorram efeitos indesejados gerados pela reflexão total do campo de onda nessas extremidades (CAPUCCI, 2010).

Existem técnicas propondo a utilização de vários tipos diferentes de borda, como o de borda absorviva e o de borda silenciosa, sendo utilizada neste trabalho, como complementar aos algoritmos de modelagem e migração, a borda de amortecimento sugerida em Cerjan et al. (1985), a qual, apesar de aumentar o custo computacional dos algoritmos, por aumentar as extremidades do domínio, proporciona a geração de resultados de alta qualidade.

### A.1.3 Fonte sísmica

Outro fator importante tanto para a modelagem quanto para a migração, é a definição da fonte sísmica que será utilizada para propagar as ondas, onde esta deve ser uma equação matemática em função da dimensão temporal, simulando a perturbação causada ao meio durante um intervalo finito de tempo.

Na prática, a fonte é caracterizada estatisticamente através da análise dos traços sísmicos, e pode variar um pouco dependendo do tipo (terrestre ou marinho) e objetivo do levantamento em questão.

Usualmente, como aproximação para os resultados obtidos com tais processos estatísticos, utiliza-se como fonte sísmica, a segunda derivada da função gaussiana, a *Wavelet*, onde esta tem de ser limitada em tempo, de modo a representar uma fonte explosiva (BULCÃO, 2004), e em frequência, já que devido à utilização de meios discretizados, a capacidade de propagação das frequências depende diretamente do refinamento usado, o qual nunca pode ser infinito.

Quanto maior for a frequência da fonte, conseqüentemente maior será o tempo de processamento do algoritmo, devido à necessidade de refinamento, portanto, levando-se também em consideração o fato de a Terra funcionar como um filtro passa baixa, atenuando as altas frequências, utiliza-se normalmente valores de até  $60Hz$  em algoritmos de modelagem e migração que estejam relacionados a levantamentos convencionais de sísmica, como exemplificado na Figura 55.

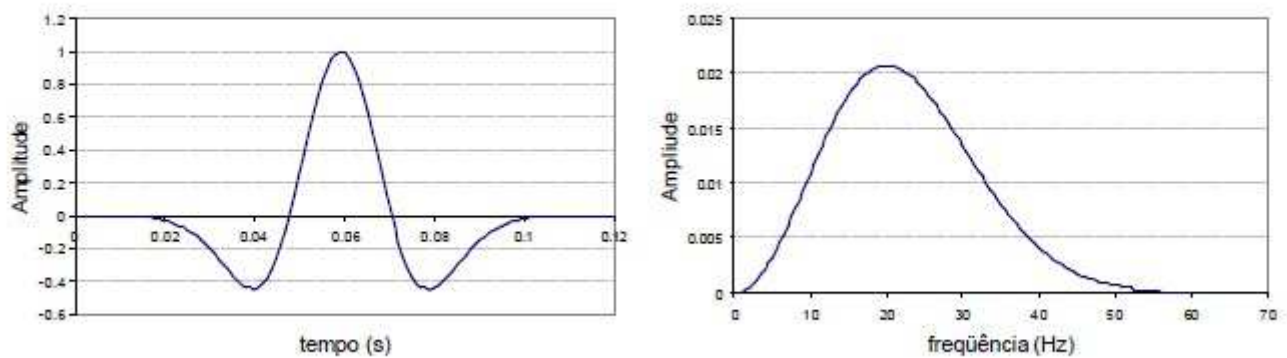


Figura 55: *Wavelet* de 60Hz em tempo e em frequência (Fonte: Bulcão (2004))

## A.2 O Método das Diferenças Finitas

### A.2.1 Discretização

Para que seja possível a aplicação de um método numérico em certo domínio, deve-se, antes de tudo, representar da melhor forma possível esse domínio originalmente contínuo, por um domínio virtual que seja discreto e finito, consistindo obviamente em uma aproximação.

Com isso, surgem as idéias de discretização e amostragem, processos os quais devem ser efetuados com extrema cautela através do estudo dos fenômenos e parâmetros em questão, para que as soluções numéricas sejam uma boa representação das analíticas.

Nesse contexto, a definição dos conceitos de convergência, consistência e estabilidade, descritas a seguir com base em Palermo (2002), torna-se preponderante na análise da eficiência e qualidade dos métodos numéricos.

Para que haja convergência, a solução numérica de um dado método numa certa aplicação deve tender a se igualar à solução analítica na medida em que a discretização do domínio em questão é refinada, aproximando-se da realidade. Assim, o erro gerado é proporcional ao refinamento definido na aplicação, podendo ser escrito em função do espaçamento utilizado.

$$O(\Delta h) = f_{anal} - f_{num} \quad (A.2)$$

Em seguida, de acordo com Palermo (2002), define-se que um problema qualquer é consistente se os operadores discretos tendem a se igualar aos operadores contínuos quando aumentamos o refinamento utilizado, sendo estes, no caso de problemas regidos por equações diferenciais, os operadores de derivação.

Já o conceito de estabilidade, como o nome já diz, é referente ao estudo da propagação dos erros gerados pela discretização do domínio e truncamento de números longos, onde define-se que uma solução é estável se o erro não cresce desordenadamente fazendo com que ela tenda ao infinito.

Existem diversos tipos de discretização homogênea ou heterogênea, como as pontuais, por elemento de área, ou por elemento de volume, onde cada um é adequado para cada método numérico.

O método das diferenças finitas, abordado a seguir, utiliza a discretização do tipo pontual, onde a solução é calculada para cada ponto da malha de discretização, sendo esta geralmente homogênea em cada dimensão utilizada, devido a limitações intrínsecas ao método.

### A.2.2 O método numérico

Consistindo em um método numérico para resolução de equações diferenciais, como abordado anteriormente, o método das diferenças finitas é baseado em técnicas de diferenciação para funções discretas, onde os operadores de derivada são calculados por fórmulas de aproximação que utilizam as diferenças pontuais dos valores na malha de discretização (Figura 56).

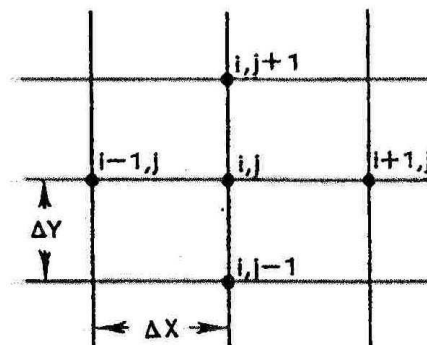


Figura 56: Malha pontual de discretização

A aproximação para tais operadores pode ser feita de três maneiras diferentes, de-

pendendo da orientação dos pontos utilizados no cálculo das diferenças. Ela pode ser regressiva, se os pontos utilizados estiverem antes do ponto a ser calculado, progressiva, se os pontos utilizados estiverem na frente do calculado, ou central, se o ponto a ser calculado estiver no meio dos utilizados no cálculo.

A equação A.3 exemplifica uma aproximação progressiva para um operador de primeiro grau, onde  $f$  é o valor da função em questão,  $h$  é o domínio da função e  $\Delta h$  o espaçamento da malha.

$$\frac{\partial f}{\partial h} = \frac{f(h + \Delta h) - f(h)}{\Delta h} \quad (\text{A.3})$$

Por ser a mais acurada, a aproximação central normalmente é a mais utilizada, a qual, neste trabalho, é calculada através da expansão em série de Taylor, onde utilizam-se apenas os termos iniciais da fórmula.

Os processos envolvidos na demonstração das equações de aproximação podem ser encontrados em Palermo (2002), que, aqui nesta seção, o autor utilizou como parâmetro principal, onde destaca-se que quanto maior a quantidade de termos utilizados da série de Taylor, melhor a aproximação para os operadores de derivada.

As equações A.4 e A.5 mostram respectivamente aproximações de segundo e quarto grau para operadores de derivada segunda, onde  $O$  é o erro referente ao truncamento da série de Taylor.

$$\frac{\partial^2 f}{\partial h^2} = \frac{1}{(\Delta h)^2} \cdot (f(h - \Delta h) - 2f(h) + f(h + \Delta h)) + O(\Delta h^2) \quad (\text{A.4})$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial h^2} = \frac{1}{12(\Delta h)^2} \cdot (-f(h - 2\Delta h) + 16f(h - \Delta h) - 30f(h) + 16f(h + \Delta h) - f(h + 2\Delta h)) + O(\Delta h^4) \quad (\text{A.5})$$

Tendo definidas as fórmulas de aproximação necessárias para todas as derivadas de graus diferentes em um dado problema diferencial, o próximo passo consiste em substituir as derivadas contínuas pelas discretas, resultando na chamada equação discretizada.

No caso da equação acústica da onda, para se obter uma melhor eficiência computacional, utiliza-se a aproximação de quarto grau nas dimensões espaciais (equações A.7 e A.8) e a de segundo grau na dimensão temporal (equação A.6), esta última devido à necessidade de se estipular as condições iniciais do problema para cada tempo utilizado

no cálculo dos operadores.

$$\frac{\partial^2 f}{\partial t^2} = \frac{1}{(\Delta t)^2} \cdot (f(t - \Delta t) - 2f(t) + f(t + \Delta t)) \quad (\text{A.6})$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \frac{1}{12(\Delta x)^2} \cdot (-f(x - 2\Delta x) + 16f(x - \Delta x) - 30f(x) + 16f(x + \Delta x) - f(x + 2\Delta x)) \quad (\text{A.7})$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial z^2} = \frac{1}{12(\Delta z)^2} \cdot (-f(z - 2\Delta z) + 16f(z - \Delta z) - 30f(z) + 16f(z + \Delta z) - f(z + 2\Delta z)) \quad (\text{A.8})$$

Com isso, através da substituição de tais operadores na equação diferencial, chega-se à equação discreta da onda, na qual é possível se calcular o campo de pressão em determinado instante (passado ou futuro), através dos outros campos, por relações de recorrência que podem ser encontradas em Palermo (2002).

Esta resolução iterativa consiste em uma extrapolação do campo de onda original, onde a extrapolação para tempos passados é utilizada na migração e a para tempos futuros é utilizada na modelagem.

Existem resoluções não iterativas do método das diferenças finitas, que envolvem técnicas de álgebra linear para resolver sistemas de equações e que são sempre estáveis, porém, por serem mais lentas e precisarem de maior armazenamento de dados, costumam ser utilizadas apenas nos casos em que não há alternativa.

## A.3 Modelagem sísmica por diferenças finitas

Por possibilitar a extrapolação de um campo de onda original para tempos futuros, simulando a propagação de ondas geradas por uma fonte qualquer, como visto anteriormente, o método das diferenças finitas (MDF) é uma eficiente ferramenta para a modelagem sísmica, proporcionando a geração de sismogramas sintéticos como em uma aquisição real.

Os sismogramas reais correspondem ao registro das vibrações mecânicas que afetam os receptores durante a realização de uma aquisição sísmica, portanto, os sismogramas sintéticos são gerados analogamente, onde registra-se, para cada tempo diferente na pro-



pagação, as amplitudes do campo de onda nos locais referentes aos geofones, sendo normalmente uma linha horizontal em superfície.

Sendo assim, o sismograma modelado corresponde a uma matriz com os valores de amplitude, composta pelas linhas armazenadas em cada tempo durante a propagação das ondas, tendo o eixo vertical como sendo a dimensão temporal e o eixo horizontal o afastamento longitudinal dos receptores.

É importante frisar que a modelagem sísmica convencional pelo MDF, descrita neste trabalho, corresponde à resolução completa da equação da onda (*TWO-WAY*), ou seja, simula propagações tanto de baixo para cima, quanto de cima para baixo, como acontece na realidade, de acordo com o esquema da Figura 57.

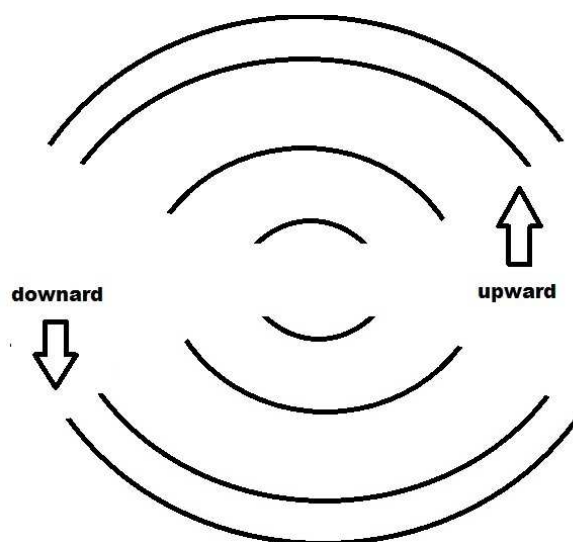


Figura 57: Esquema para ondas ascendentes e descendentes

Em contrapartida, outros trabalhos como Bulcão (2004), apresentam técnicas que realizam uma decomposição direcional (Figura 27) do campo de ondas utilizando o MDF, onde, no momento do registro do sinal, escolhe-se apenas uma direção de interesse.

### A.3.1 Condições de dispersão e estabilidade numérica

Em particular na aplicação de métodos numéricos para a propagação de ondas, existe outro problema envolvendo o refinamento da malha de discretização, o qual está relacionado com as características dispersivas das ondas.

Na física ondulatória, dispersão é o fenômeno que causa a deformação do corpo de uma onda durante sua propagação, devido à dependência de sua velocidade com os seus

componentes de frequência.

Contudo, para aplicações de modelagem sísmica, sabe-se que as ondas sísmicas de corpo, ondas P e S, são ondas não dispersivas, nas quais todas as bandas de frequência tem mesma velocidade, sendo esta determinada apenas a partir das constantes elásticas referentes ao meio em questão (KEAREY; HILL, 2009).

Entretanto, a partir do momento em que a propagação é feita em um domínio discretizado, a velocidade da onda passa a depender do espaçamento usado na malha e das frequências do sinal (PALERMO, 2002). Sendo assim, o meio torna-se dispersivo se o refinamento da malha não é suficiente para suportar todos os comprimentos de onda pertencentes à fonte (CAPUCCI, 2010).

Com isso, é possível se definir uma fórmula de determinação do espaçamento ( $h$ ) necessário para que não ocorra dispersão, onde esta é função da frequência máxima da fonte ( $f$ ), da velocidade mínima possível para a onda ( $v_{min}$ ), e de um parâmetro empírico  $\alpha$  que define a quantidade de amostras necessárias para um único comprimento de onda (CAPUCCI, 2010).

$$h \leq \frac{v_{min}}{\alpha f} \quad (A.9)$$

Na modelagem sísmica pelo método das diferenças finitas, a estabilidade da solução também é dependente das velocidades utilizadas para a propagação, já que se refere à análise do crescimento dos erros ao longo das iterações de tempo.

Um dos modos de se fazer esse estudo é através da expansão das equações referentes ao erro gerado pelo método em séries de Fourier, avaliando-se se o erro crescerá ou decairá ao longo do tempo, como o descrito em Palermo (2002).

A partir disto, é também feita a formulação de uma condição para determinação do maior intervalo de tempo possível para que o método se mantenha estável, sendo ela função do espaçamento espacial da malha de discretização, da velocidade máxima possível na propagação ( $v_{max}$ ), e de um parâmetro empírico  $\beta$ , referente à amostragem por comprimento de onda, como mostrado na equação A.10.

$$\Delta t \leq \frac{h}{\beta v_{max}} \quad (A.10)$$

Os parâmetros  $\alpha$  e  $\beta$  que determinam a quantidade de amostras necessárias por comprimento de onda podem assumir valores variados em diferentes situações, porém, valores

típicos que costumam funcionar bem em todos os casos são:  $\alpha = 5$  e  $\beta = 2$ .